UNIVERSITÄT OSNABRÜCK

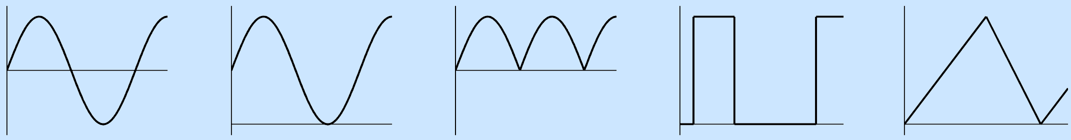
ELEKTRONIK & MESSDATENVERARBEITUNG

Beispiellösungen zu den Übungsaufgaben

Sommersemester 2010

Klaus Betzler

Aufgabe 2.1 Berechnen Sie Mittelwert, Gleichrichtwert und Effektivwert für die folgenden periodischen Signale.



Zunächst die mathematischen Definitionen:

Der arithmetische **Mittelwert** ist das Integral über eine Periode dividiert durch die Periodendauer

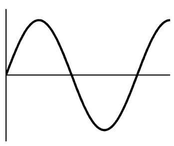
$$\overline{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt\,.$$

Der **Gleichrichtwert** ist der arithmetische Mittelwert des Betrags

$$\overline{|u|} = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\,dt\,.$$

Als **Effektivwert** wird der Gleichwert bezeichnet, der an einem Widerstand die gleiche Leistung verursachen würde wie das Mischsignal

$$u_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{u(t)^2}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)^2\,dt}\,.$$

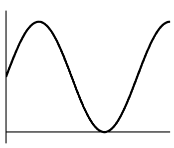


$u(t) = a\sin\frac{2\pi t}{T}$

$$\overline{u} = \frac{a}{T}\int_0^T \sin\frac{2\pi t}{T}\,dt = \frac{a}{2\pi}\cos\frac{2\pi t}{T}\Big|_0^T = 0\,,$$

$$\begin{aligned}\overline{|u|} &= \frac{a}{T}\int_0^{T/2}\sin\frac{2\pi t}{T}\,dt + \frac{a}{T}\int_{T/2}^T -\sin\frac{2\pi t}{T}\,dt\\ &= \frac{a}{2\pi}\cos\frac{2\pi t}{T}\Big|_0^{T/2} - \frac{a}{2\pi}\cos\frac{2\pi t}{T}\Big|_{T/2}^T = \frac{2a}{\pi}\,,\end{aligned}$$

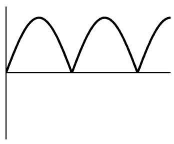
$$u_{\text{eff}} = a\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\frac{2\pi t}{T}\,dt} = \frac{a}{\sqrt{2}}\,.$$



$\frac{a}{2}\left(1+\sin\frac{2\pi t}{T}\right)$

$$\overline{u} = \overline{|u|} = \frac{a}{2}\,,$$

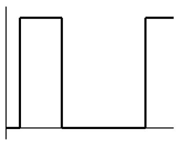
$$u_{\text{eff}} = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\left(1+\sin\frac{2\pi t}{T}\right)^2 dt} = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\,.$$



$a\left|\sin\frac{2\pi t}{T}\right|$

$$\overline{u} = \overline{|u|} = \frac{2a}{\pi}\,, \qquad \text{s. o.}\,,$$

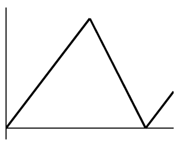
$$u_{\text{eff}} = a\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\frac{2\pi t}{T}\,dt} = \frac{a}{\sqrt{2}}\,.$$



a für $0 < t < t_{\mathrm{i}}$,
0 für $t_{\mathrm{i}} < t < T$.

$$\overline{u} = \overline{|u|} = a\frac{t_{\mathrm{i}}}{T}\,,$$

$$u_{\text{eff}} = a\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{t_{\mathrm{i}}} dt} = a\sqrt{\frac{t_{\mathrm{i}}}{T}}\,.$$

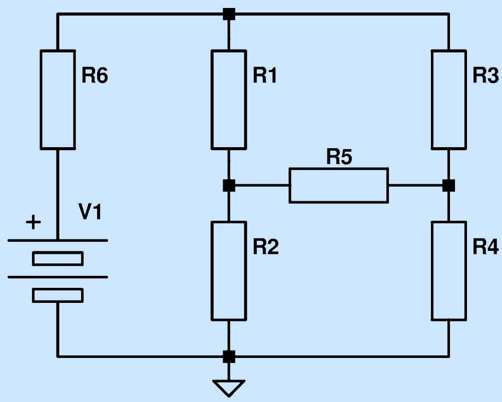


$t < t_1 : \; a\frac{t}{t_1}$,
$t > t_1 : \; a\frac{T-t}{T-t_1}$.

$$\overline{u} = \overline{|u|} = a\frac{t_1}{2} + a\frac{T-t_1}{2} = a\frac{T}{2}\,,$$

$$u_{\text{eff}} = a\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{t_1}\frac{t^2}{t_1^2}dt + \frac{1}{T}\int_{t_1}^{T}\frac{(T-t)^2}{(T-t_1)^2}dt} = \frac{a}{\sqrt{3}}\,.$$

Aufgabe 2.2 Diskutieren Sie am nebenstehenden Netzwerk die Begriffe Knoten, Zweige und Maschen. Die *Wheatstone-Brücke* besteht aus 5 unterschiedlichen Widerständen und ist über einen sechsten an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen. Wie groß ist der Strom, den die Spannungsquelle liefern muss? Berechnen Sie dazu zunächst den Ersatzwiderstand des an die Spannungsquelle angeschlossenen Zweipols.



Den Ersatzwiderstand kann man entweder direkt berechnen oder nach der Lösung der nachstehenden Aufgabe aus Spannung und Strom an der Spannungsquelle erschließen.

Zur direkten Berechnung wandelt man eines der Dreiecke $R_1 - R_3 - R_5$ oder $R_2 - R_4 - R_5$ in einen äquivalenten Stern aus R_{a}, R_{b}, R_{c} um.

Für den ersten Fall $R_1 - R_3 - R_5$:

$$\text{Oben}: \quad R_\mathrm{a} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3 + R_5}\,,$$

$$\text{links unten}: \quad R_\mathrm{b} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_3 + R_5}\,,$$

$$\text{rechts unten}: \quad R_\mathrm{c} = \frac{R_3 R_5}{R_1 + R_3 + R_5}\,.$$

Der gesuchte Ersatzwiderstand wird dann

$$R = R_6 + R_\mathrm{a} + (R_\mathrm{b} + R_2)||(R_\mathrm{c} + R_4)\,.$$

MATLAB-Skript zur numerischen Lösung:

```
%% Widerstandswerte

R1 = 100; R2 = 100; R3 = 100; R4 = 47; R5 = 100; R6 = 100;

%% Dreiecks-Stern-Umwandlung

Ra = R1*R3/(R1+R3+R5);
Rb = R1*R5/(R1+R3+R5);
Rc = R3*R5/(R1+R3+R5);

%% Ersatzwiderstand

R = R6+Ra+(Rb+R2)*(Rc+R4)/(Rb+R2+Rc+R4);
disp(sprintf('Ersatzwiderstand R = %0.3f',R));
```

Ergebnis:

```
Ersatzwiderstand R = 183.463
```

Aufgabe 2.3 Wie viele unabhängige Knotenpotenziale können Sie definieren? Stellen Sie Gleichungen zu deren Berechnung auf und lösen Sie das lineare Gleichungssystem. Wie groß ist die Spannung am mittleren Brückenzweig? Falls Sie konkrete Widerstandswerte benötigen, können Sie für alle Widerstände außer R_4 100 Ω annehmen, für R_4 47 Ω, für V_1 eine Spannung von 3 V.

Das Potenzial eines Knotens können wir frei festlegen, üblicherweise der Bezugsknoten, der auf Massepotenzial liegt. Bleiben 3 unabhängige Knoten, im Netzwerk mit 1, 2, 3 nummeriert. Die Potenziale dieser 3 Knoten sind aus einem linearen Gleichungssystem zu bestimmen. Zweckmäßigerweise verwendet man statt der Widerstandswerte die dazu reziproken Leitwerte $G_i = 1/R_i$, damit wird das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}(G_1 + G_3 + G_6)U_1 - G_1U_2 - G_3U_3 &= V_1G_6\,,\\ -G_1U_1 + (G_1 + G_2 + G_5)U_2 - G_5U_3 &= 0\,,\\ -G_3U_1 - G_5U_2 + (G_3 + G_4 + G_5)U_3 &= 0\,.\end{aligned}$$

Allgemeine Lösung mit einem der üblichen Verfahren für lineare Gleichungssysteme oder auch mit einem Computer-Algebra-Programm.

Aufgabe 2.4 Lösen Sie die vorstehende Aufgabe mit einem geeigneten Computerprogramm (MATLAB und/oder LTSpice).

Das obige Gleichungssystem in Matrixschreibweise wird zu

$$\boldsymbol{M} * \boldsymbol{U} = \boldsymbol{B}$$

mit der Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{M}$, dem Ergebnisvektor $\boldsymbol{U}$ und der Inhomogenität $\boldsymbol{B}$. Auf die numerische Lösung solcher Gleichungssystem ist MATLAB spezialisiert.

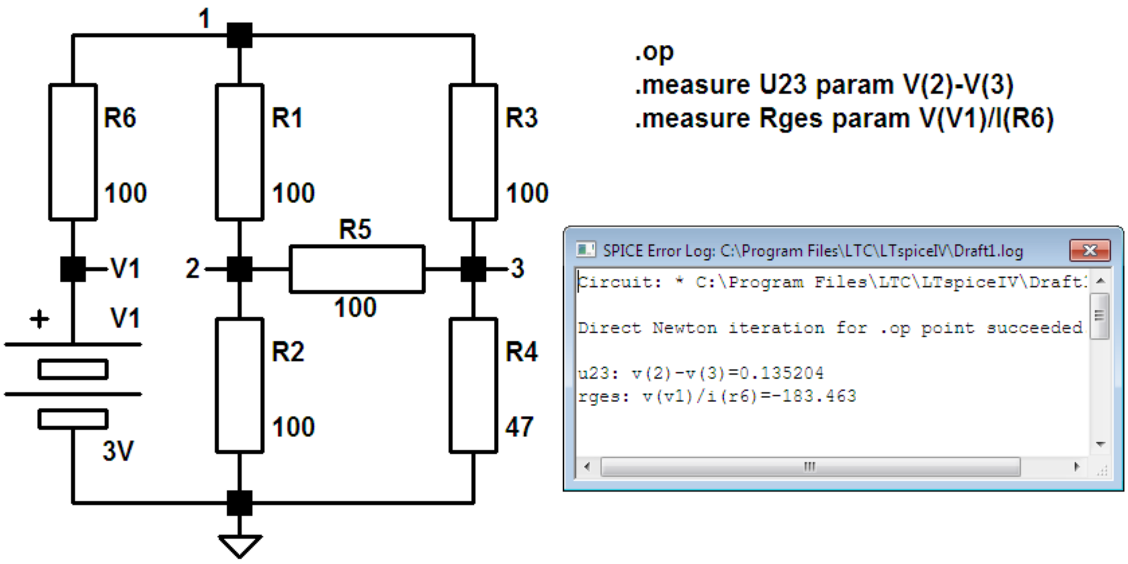
MATLAB-Skript zur numerischen Lösung des linearen Gleichungssystems:

```
%% Widerstandswerte

R1 = 100; R2 = 100; R3 = 100; R4 = 47; R5 = 100; R6 = 100; V1 = 3;

%% Leitwerte

G1 = 1/R1; G2 = 1/R2; G3 = 1/R3; G4 = 1/R4; G5 = 1/R5; G6 = 1/R6;

%% Koeffizientenmatrix

M = [ G1+G3+G6, -G1, -G3;...
      -G1, G1+G2+G5, -G5;...
      -G3, -G5, G3+G4+G5 ];

%% Inhomogenitaet

B = [ V1*G6; 0; 0 ];

%% Spannungen

U = M\B;
disp(sprintf('Brueckenspannung U2-U3 = %0.3f',U(2)-U(3)));
disp(sprintf('Ersatzwiderstand R = V1*R6/(V1-U1) = %0.3f',V1*R6/(V1-U(1))));
```

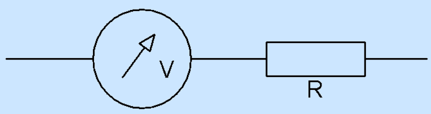
Ergebnis:

```
Brueckenspannung U2-U3 = 0.135
Ersatzwiderstand R = V1*R6/(V1-U1) = 183.463
```

Lösung mit LTspice:

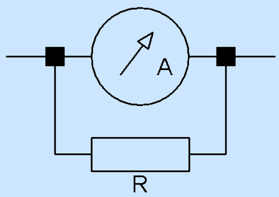


Aufgabe 2.5 Messbereichserweiterung beim Voltmeter: Zur Erweiterung des Messbereichs von Voltmetern werden geeignete Widerstände in Reihe geschaltet. Geben Sie eine allgemeine Formel dafür an (ursprünglicher Messbereich V_0, gewünschter V_1, Innenwiderstand des Voltmeters R_0).



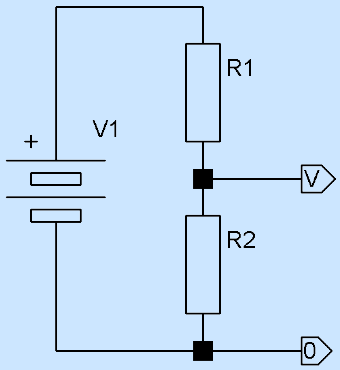
Ohmsches Gesetz: $R = (V_1 - V_0)/I = (V_1 - V_0)R_0/V_0$.

Aufgabe 2.6 Messbereichserweiterung beim Amperemeter: Zur Erweiterung des Messbereichs von Amperemetern werden geeignete Widerstände parallel geschaltet. Geben Sie eine allgemeine Formel dafür an (ursprünglicher Messbereich I_0, gewünschter I_1, Innenwiderstand des Amperemeters R_0).



Ohmsches Gesetz: $R = V/(I_1 - I_0) = R_0 I_0/(I_1 - I_0)$.

Aufgabe 2.7 Belasteter Spannungsteiler: Spannungsteilerschaltungen (Potentiometer∼) verwendet man, um gezielt gewünschte Spannungen einzustellen. Wie muss nebenstehender Spannungsteiler dimensioniert werden, damit einerseits die eingestellte Spannung möglichst lastunabhängig ist (d. h. unabhängig vom entnommenen Strom), andererseits die Quelle möglichst wenig belastet wird? Werte: $V_1 = 9\,\mathrm{V}$, $V = 5\,\mathrm{V}$, minimaler Laststrom 0.001 A, maximaler 0.1 A, Variation von V, ΔV, geringer als 5 %. Wie hoch ist der *Wirkungsgrad* der Schaltung?



Zweckmäßigerweise werden für die Rechnung die Leitwerte G_1, G_2 statt der Widerstandswerte R_1, R_2 verwendet. Anwendung der Knotenregel auf die beiden Fälle $I_\mathrm{a} = 0.001\,\mathrm{A}$ und $I_\mathrm{b} = 0.1\,\mathrm{A}$ liefert ein lineares Gleichungssystem für die Leitwerte

$$\begin{aligned}(V_1 - V)G_1 - VG_2 - I_\mathrm{a} &= 0\,,\\ (V_1 - V + \Delta V)G_1 - (V - \Delta V)G_2 - I_\mathrm{b} &= 0\,,\end{aligned}$$

das mit den üblichen Methoden zu lösen ist. Der Rest ist Schreibarbeit.

Wir können näherungsweise auch vom unbelasteten Spannungsteiler ($I_\mathrm{a} = 0$) ausgehen

$$(V_1 - V_0)G_1 - V_0 G_2 = 0 \quad \text{liefert} \quad G_2 = G_1 \frac{V_1 - V_0}{V_0}\,.$$

Damit wird für einen endlichen Laststrom I

$$(V_1 - V)G_1 - V\frac{V_1 - V_0}{V_0}G_1 - I = 0$$

und nach V aufgelöst und differenziert

$$V = V_0 - \frac{V_0 I}{V_1 G_1}\,, \qquad \Delta V = \frac{dV}{dI}\Delta I = -\frac{V_0}{V_1 G_1}\Delta I\,.$$

Mit $\Delta I = I_\mathrm{b}$ und der Bedingung für ΔV errechnet sich G_1.

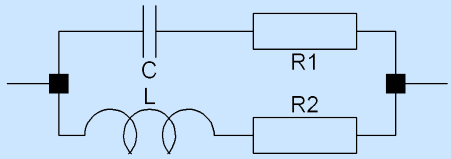
Der Gesamtstrom durch den Spannungsteiler ist $I_\mathrm{g} = G_1(V_1 - V)$, etwa das 9fache von I_b.

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis aus entnommener Leistung und Gesamtleistung

$$W = \frac{I_{\mathrm{a,b}}V_{\mathrm{a,b}}}{I_\mathrm{g}V_1} = \frac{I_{\mathrm{a,b}}V_{\mathrm{a,b}}}{G_1(V_1 - V_{\mathrm{a,b}})V_1} \approx \frac{\Delta V}{V_1 - V}\,.$$

Beim maximalen Laststrom liegt der Wirkungsgrad somit bei etwa 6 %, bei kleineren Strömen wird er deutlich kleiner.

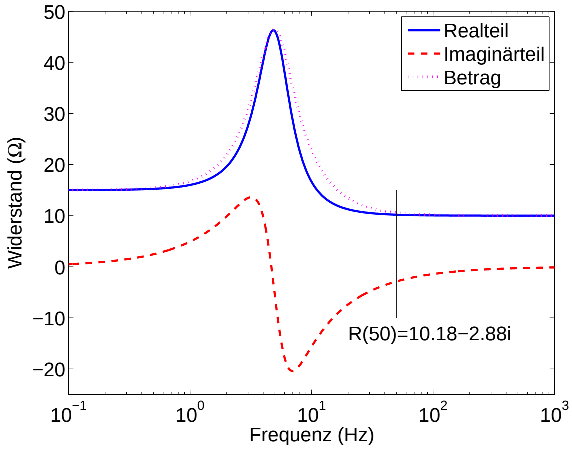
Aufgabe 3.1 Bestimmen Sie den Ersatzwiderstand der nebenstehenden Schaltung. Zahlenwerte: $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 15\,\Omega$, $C = 1000\,\mu$F, $L = 1\,$H, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50\,$Hz. Stellen Sie die Frequenzabhängigkeit graphisch dar (MATLAB).



$$R = (\frac{1}{i\omega C} + R_1)||(i\omega L + R_2) = \frac{(\frac{1}{i\omega C} + R_1)(i\omega L + R_2)}{\frac{1}{i\omega C} + R_1 + i\omega L + R_2} = \ldots$$

MATLAB:

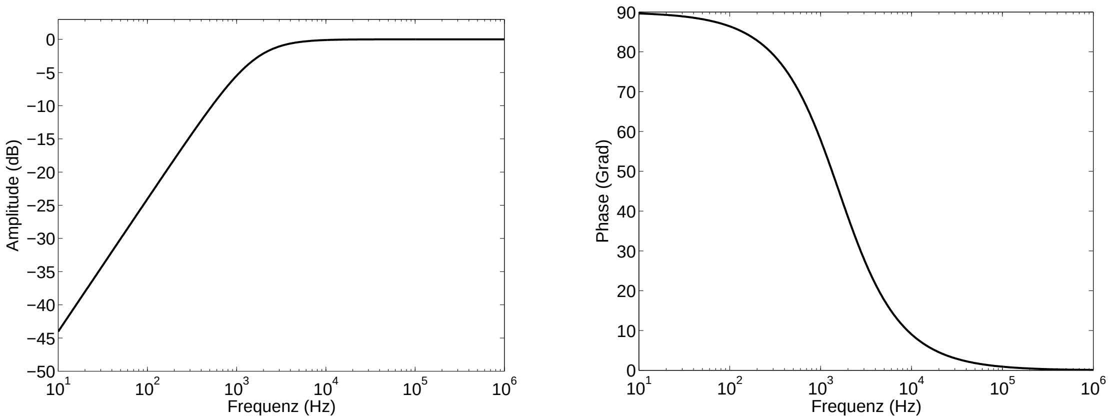
```
%% Daten
R1 = 10; R2 = 15; C = 1e-3; L = 1;
f = logspace(-1,3,500); iw = 2i*pi*f;

%% Oberer und unterer Zweig
Ro = 1./(iw*C)+R1;
Ru = iw*L+R2;
Rges = (Ro.*Ru)./(Ro+Ru);

%% 50 Hz
iw = 2i*pi*50;
Ro = 1./(iw*C)+R1;
Ru = iw*L+R2;
R50 = (Ro.*Ru)./(Ro+Ru);

%% Plot
semilogx(f,real(Rges),'b','Linewidth',2);
hold on;
semilogx(f,imag(Rges),'r--','Linewidth',2);
semilogx(f,abs(Rges),'m:','Linewidth',2.5);
plot([50,50],[-10,15],'k');
set(gca,'YLim',[-25,50]);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Widerstand (\Omega)');
hl = legend('Realteil','Imaginärteil','Betrag');
ht = text(20,-13,sprintf('R(50)=%0.2f%+0.2fi',R50,imag(R50)));
set([gca,hx,hy,hl,ht],'Fontsize',18);
```



Aufgabe 3.2 Stellen Sie das Bode-Diagramm für einen Hochpass graphisch dar (MATLAB). Bei welcher Frequenz beträgt der Amplitudenbetrag -10 db? Zahlenwerte: $R = 100\,\mathrm{k}\Omega$, $C = 1\,\mathrm{nF}$.

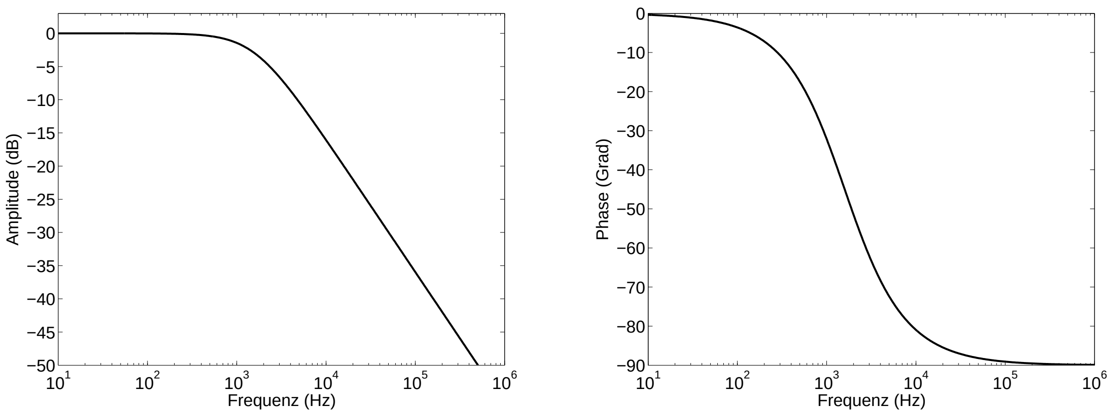
MATLAB-Skript für diese und die folgende Aufgabe:

```
%% Daten
R = 1e5; C = 1e-9;
f = logspace(1,6,500);

%% Übertragungsfunktion als "inline function"
H = inline('R./(1./(2i*pi*x*C)+R)','x','R','C');   % Hochpass
% H = inline('1./(2i*pi*x*C)./(1./(2i*pi*x*C)+R)','x','R','C');   % Tiefpass

%% Plot
figure(1);
semilogx(f,20*log10(abs(H(f,R,C))),'k','Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Amplitude (dB)');
set(gca,'YLim',[-50,3])
set([gca,hx,hy],'Fontsize',18);
figure(2);
semilogx(f,180/pi*angle(H(f,R,C)),'k','Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Phase (Grad)');
set([gca,hx,hy],'Fontsize',18);

%% -10 dB ??? fzero mit "anonymous function"
disp(fzero(@(x) 20*log10(abs(H(x,R,C)))+10, 500));
```



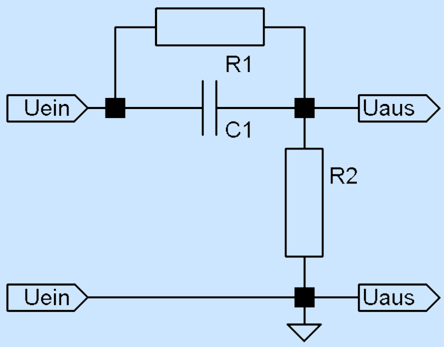
Ausgabe der `disp`-Anweisung: **530.5165**.

Aufgabe 3.3 Stellen Sie das Bode-Diagramm für einen Tiefpass graphisch dar (MATLAB). Bei welcher Frequenz beträgt der Amplitudenbetrag -10 db? Zahlenwerte: $R = 100\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 1\,\mathrm{nF}$.



Ausgabe der `disp`-Anweisung: **4.7746e+003**.

Aufgabe 3.4 Wie groß ist der Ersatzwiderstand der nebenstehenden Schaltung zwischen den Punkten U_{ein}? Zahlenwerte: $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 2.2\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 10\,\mathrm{nF}$, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10\,\mathrm{kHz}$. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $U_{\mathrm{aus}}/U_{\mathrm{ein}}$. Stellen Sie die Frequenzabhängigkeit graphisch dar (MATLAB).

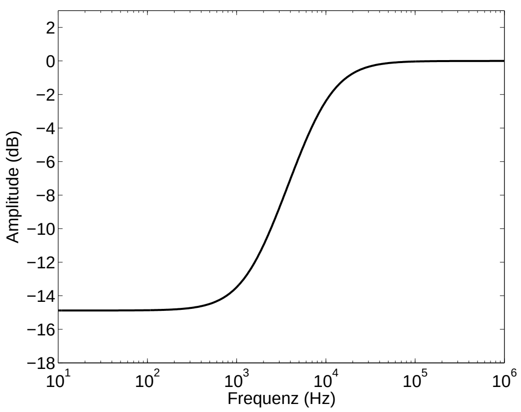


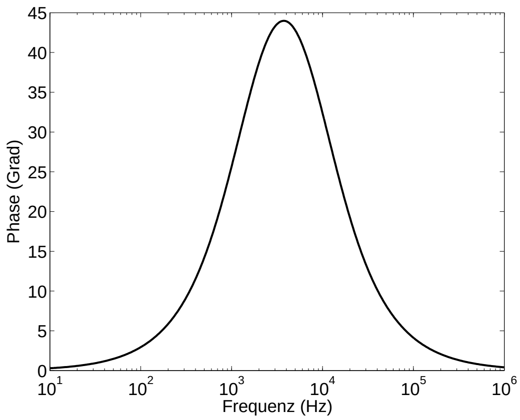
$$R = R_1||C_1 + R_2 = \frac{R_1}{1 + i\omega C_1 R_1} + R_2 \; .$$

MATLAB-Skript:

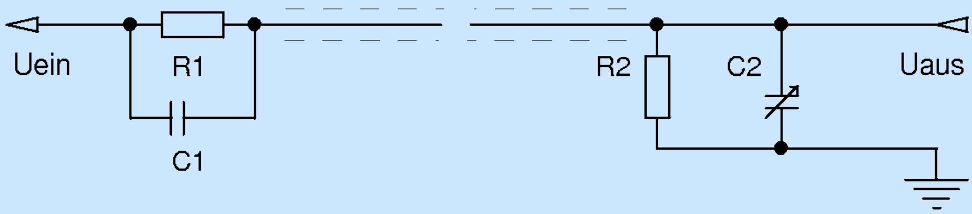
```
%% Daten
R1 = 1e4; R2 = 2.2e3; C1 = 1e-8;
f = logspace(1,6,500);

%% Eingangswiderstand als "anonymous function"
R = @(f) R1./(1+2i.*pi.*f.*C1.*R1)+R2;
disp(R(1e4));

%% Übertragungsfunktion
H = R2./R(f);

%% Plot
figure(1);
semilogx(f,20*log10(abs(H)),'k','Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Amplitude (dB)');
set(gca,'YLim',[-18,3])
set([gca,hx,hy],'Fontsize',17);
figure(2);
semilogx(f,180/pi*angle(H),'k','Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Phase (Grad)');
set([gca,hx,hy],'Fontsize',17);
```

Ausgabe der disp-Anweisung: **2.4470e+003 -1.5522e+003i**.





Aufgabe 3.5 Oszilloskop-Tastkopf Um Messsignale möglichst wenig zu beeinflussen, werden bei Oszilloskopen Tastköpfe verwendet, die als komplexe Spannungsteiler arbeiten. Das Prinzip zeigt das nachstehende Schaltbild. U_{ein} ist die zu messende Spannung, U_{aus} der Eingang des Oszilloskops, R_2 und C_2 sind dessen Eingangswiderstand und Eingangs- plus Kabelkapazität. Wie müssen R_1 und C_1 für ein Untersetzungsverhältnis (U_{ein}/U_{aus}) von 10:1 gewählt werden? Wie ändert sich die Ohmsche und die kapazitive Belastung der Messspannung gegenüber einem Tastkopf ohne Untersetzung?



Typische Größenordnungen für R_2 und C_2 sind 1 MΩ und 100 pF.

$$\frac{U_{ein}}{U_{aus}} = \frac{R_1||C_1 + R_2||C_2}{R_2||C_2} = \frac{R_1||C_1}{R_2||C_2} + 1 \stackrel{!}{=} 10 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_1||C_1}{R_2||C_2} = 9\,.$$

Mit

$$R||C = \frac{\frac{1}{i\omega C}R}{\frac{1}{i\omega C} + R} = \frac{R}{1 + i\omega RC}$$

wird daraus

$$\frac{R_1}{1 + i\omega R_1 C_1}\,\frac{1 + i\omega R_2 C_2}{R_2} \stackrel{!}{=} 9\,.$$

Das soll unabhängig von der Frequenz gelten, insbesondere auch für $\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$:

$$\omega \to 0 : R_1 = 9R_2\,, \quad \omega \to \infty : C_1 = \frac{1}{9}C_2\,.$$

Der Eingangswiderstand $R_{ein} = R_1 + R_2$ wird verzehnfacht, die Eingangskapazität $C_{ein} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ wird um den Faktor 10 kleiner, die ohmsche und kapazitive Belastung der Messspannung wird somit jeweils um den Faktor 10 reduziert.

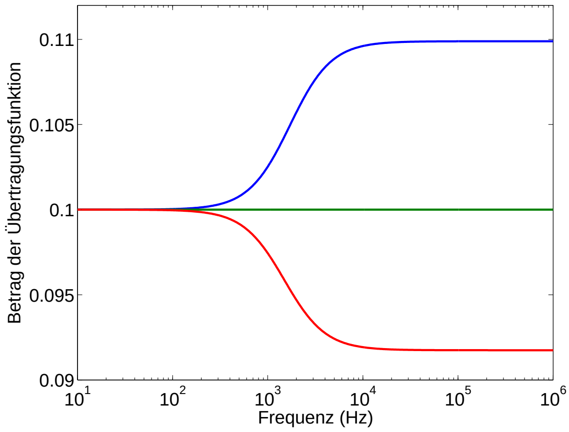
Aufgabe 3.6 Tastkopf – Frequenzgang Bei üblichen Tastköpfen kann C_2 durch einen parallel geschalteten variablen Kondensator (Trimmkondensator, Trimmer) in gewissen Grenzen verändert werden. Berechnen Sie den Frequenzgang der Übertragungsfunktion zunächst allgemein. Begründen Sie, warum die Übertragungsfunktion eine Konstante sein sollte. Berechnen und plotten Sie die Übertragungsfunktionen für Fehleinstellungen von C_2 ($+10\,\%$, $-10\,\%$).
Zum Einstellen der Tastköpfe wird am Oszilloskop eine Rechteckspannung bereitgestellt. In welchem Frequenzbereich sollte die sinnvollerweise liegen? Wie sieht die am Oszilloskop gemessene untersetzte Rechteckspannung aus für richtiges, für zu großes und für zu kleines C_2?

Die Übertragungsfunktion ist das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung

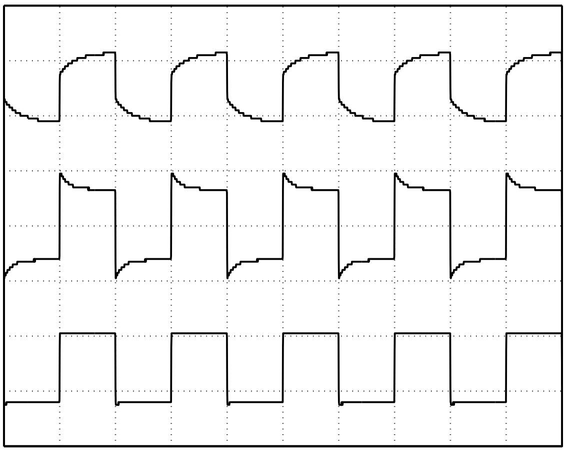
$$H = \frac{U_{\mathrm{aus}}}{U_{\mathrm{ein}}} = \frac{R_2||C_2}{R_1||C_1 + R_2||C_2} = \dots$$

MATLAB-Skript:

```
%% Daten
f = logspace(1,6,500);   %Zeilenvektor
iw = 2i*pi*f;
R2 = 1e6; R1 = 9*R2; C2 = 1e-10; C1 = C2/9;
C2 = C2*[0.9;1;1.1];      % -10%, exakt, +10%, Spaltenvektor
C1 = C1*[1;1;1];          % ebenfalls als Spaltenvektor

%% Übertragungsfunktion
RC1 = R1./(1+C1*iw*R1);  % dreizeilige Matrizen
RC2 = R2./(1+C2*iw*R2);
H = RC2./(RC1+RC2);

%% Plot
semilogx(f,abs(H),'Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Betrag der Übertragungsfunktion');
set([hx,hy,gca],'Fontsize',17);
set(gca,'YLim',[0.09,0.112]);
```

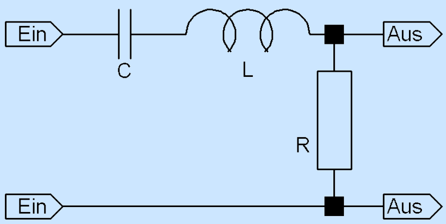


Die zur Einstellung verwendete Rechteckspannung liegt bei den meisten Oszilloskopen bei 1 kHz. Warum?



Oszilloskopbild der Rechteckspannung für zu großes C_2 am Tastkopf (oben), zu kleines (Mitte) und richtig eingestelltes (unten).

Aufgabe 3.7 Serienschwingkreis Berechnen Sie die Übertragungsfunktion für die nebenstehende Bandpass-Schaltung mit einem Serienschwingkreis, Graphik (Bode-Diagramm) mit MATLAB. Zahlenwerte: $R = 1000\,\Omega$, $C = 0.1\,\mu$F, $L = 0.01$ H.



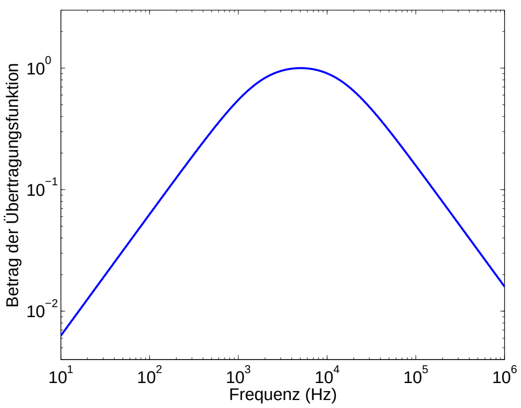
Die Übertragungsfunktion ist das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung

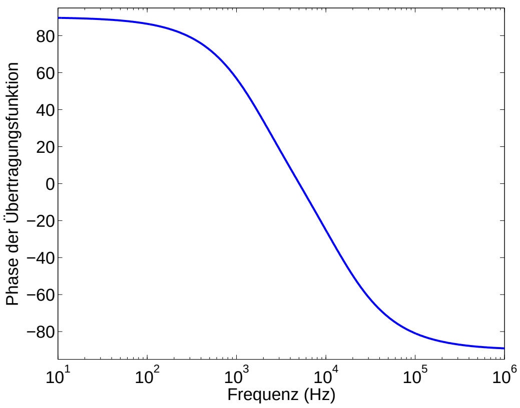
$$H = \frac{U_{\text{aus}}}{U_{\text{ein}}} = \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} = \ldots$$

Sie wird 1 bei der Eigenfrequenz $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ des Serienschwingkreises.

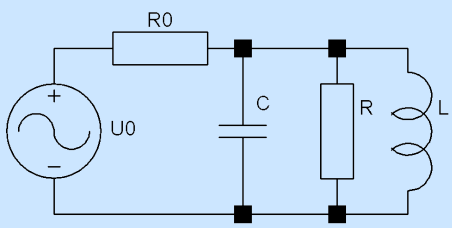
MATLAB-Skript:

```
%% Daten
f = logspace(1,6,500);
iw = 2i*pi*f;
R = 1e3; C = 1e-7; L = 0.01;

%% Übertragungsfunktion
H = R./(R+iw.*L+1./(iw.*C));

%% Plot
figure(1)
loglog(f,abs(H),'Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Betrag der Übertragungsfunktion');
set([hx,hy,gca],'Fontsize',17);
figure(2)
semilogx(f,180/pi*angle(H),'Linewidth',2);
hx = xlabel('Frequenz (Hz)');
hy = ylabel('Phase der Übertragungsfunktion');
set([hx,hy,gca],'Fontsize',17);
```





Aufgabe 3.8 Blindleistungskompensation Das nebenstehende Schaltbild skizziert einen Verbraucher mit hohem induktiven Anteil ($R||L$). Wie groß muss C gemacht werden, um die Blindleistung zu kompensieren? Zahlenwerte: $R_0 = 10\,\Omega$, $R = 100\,\Omega$, $L = 1$ H, $\omega = 2\pi \cdot 50$ Hz, $U_0 = 220$ V. Wie groß sind die Ströme durch die Zuleitung (R_0) ohne und mit Blindleistungskompensation?



Strom ohne Blindleistungskompensation

$$I_0 = U_0/(R_0 + R||L) = U_0/(R_0 + \frac{i\omega RL}{R + i\omega L} \approx 2.1 \text{ A} .$$

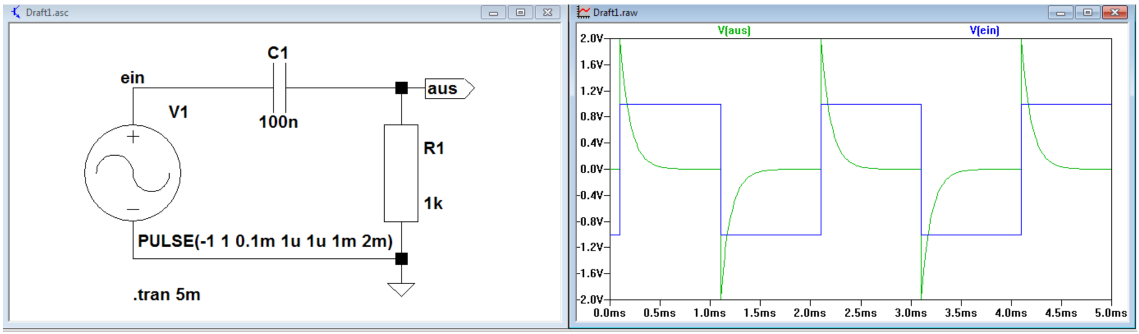
Strom mit Blindleistungskompensation

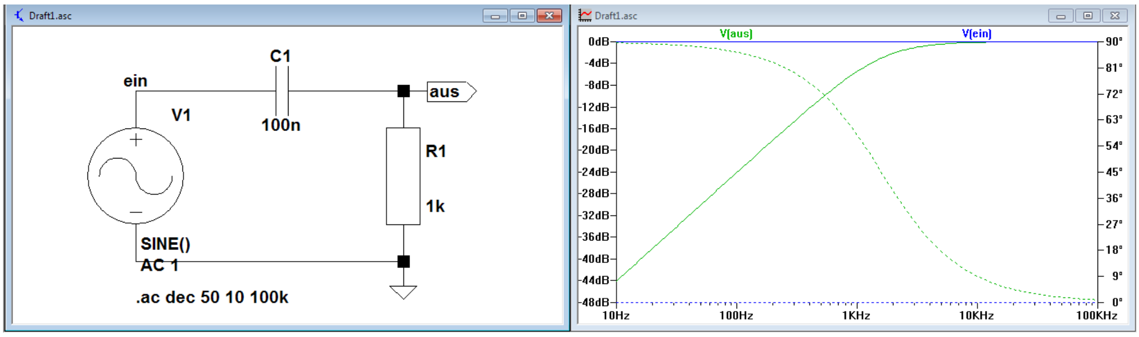
$$I_0 = U_0/(R_0 + R) = 2 \text{ A} .$$

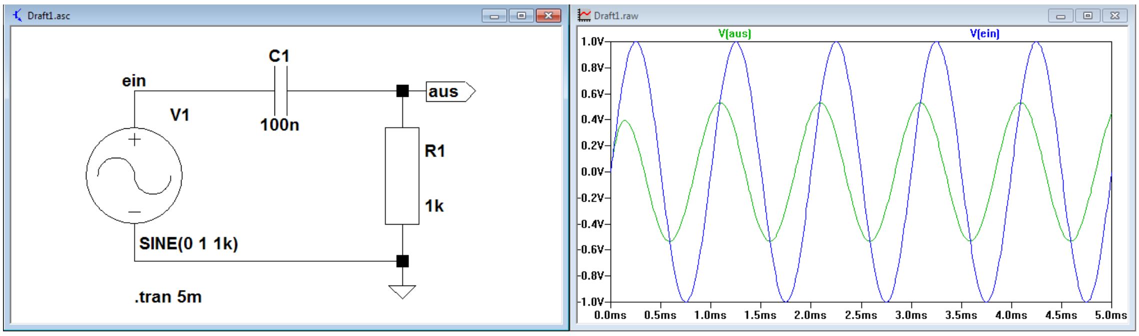
Für C gilt

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega^2 L} \approx 10\,\mu\text{F} .$$

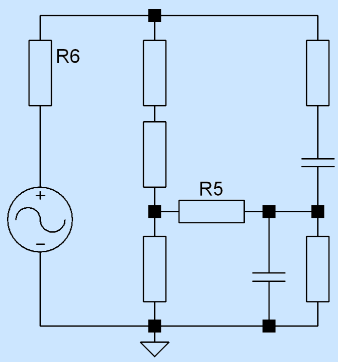
Aufgabe 4.1 Hochpass Führen Sie geeignete Simulationen für Hochpässe durch (Transientenanalyse mit Rechtecksignal, Bode-Diagramm mit unterschiedlichen Bauelementeparametern, Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung bei Sinusspannungen unterschiedlicher Frequenz).





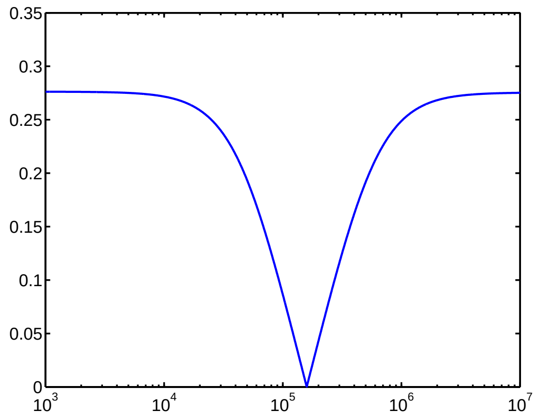


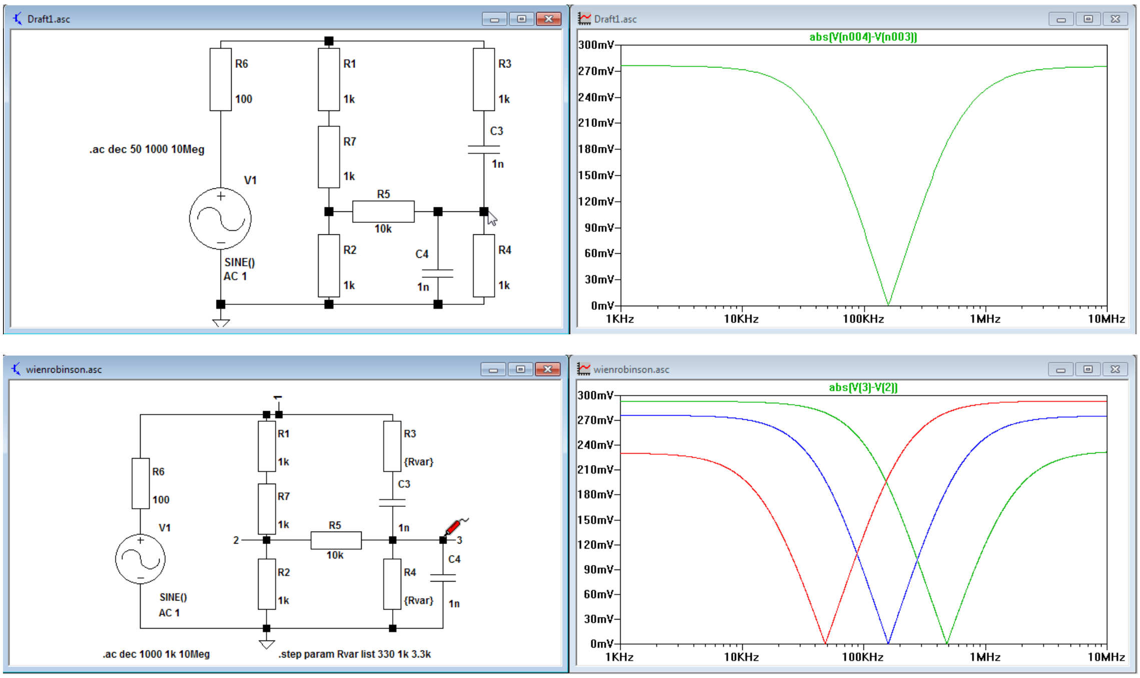
Aufgabe 4.2 Wien-Robinson-Brücke Die nebenstehende Brückenschaltung besteht im Idealfall aus gleichen Widerständen (abgesehen von $R5$ und $R6$) und gleichen Kondensatoren. Berechnen Sie die Spannung an $R5$ als Funktion der Frequenz (MATLAB oder LTspice). Diskutieren Sie, welche der Komponenten sinnvollerweise veränderbar ausgeführt werden, um Frequenzen zu messen. Wie könnte man die Brücke zur Messung der *Klirrfaktors* verwenden?



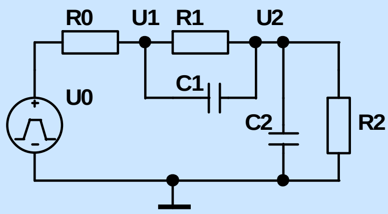
In MATLAB ähnlich wie in Aufgabe 2.4:

```
%% Widerstandswerte
R = 1000; R5 = 1e4; R6 = 100; C = 1e-9; V1 = 1;

%% Frequenzen
N = 1000;
f = logspace(3,7,N);

for n = 1:N
    iw = 2i*pi*f(n);
    G1 = 1/(2*R); G2 = 1/R; G3 = 1./(R+1./(iw*C));
    G4 = 1/R+iw*C; G5 = 1/R5; G6 = 1/R6;

    %% Koeffizientenmatrix
    M = [ G1+G3+G6, -G1, -G3;...
        -G1, G1+G2+G5, -G5;...
        -G3, -G5, G3+G4+G5 ];

    %% Inhomogenitaet
    B = [ V1*G6; 0; 0 ];

    %% Spannungen
    U = M\B;
    U2(n) = U(2);
    U3(n) = U(3);
end

%% Plot
semilogx(f,abs(U2-U3),'Linewidth',2);
```





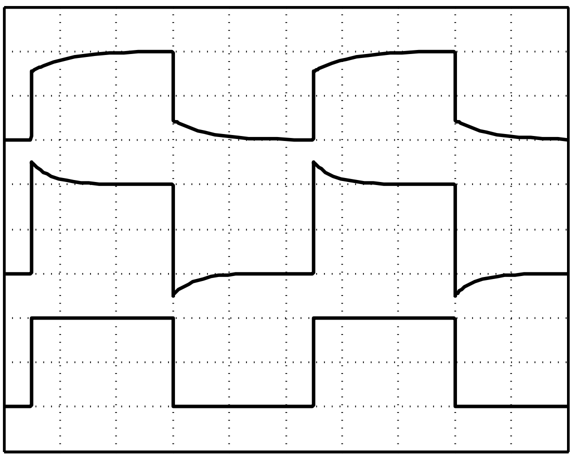
Aufgabe 4.3 Tastkopf, MATLAB Der Oszilloskop-Tastkopf aus Aufgabe 3.5 kann durch das nebenstehende Ersatzschaltbild beschrieben werden. Stellen Sie das Differentialgleichungssystem dafür auf und berechnen Sie die Ausgangsspannung ($U2$) für eine Rechteckspannung am Eingang (richtiges, zu kleines und zu großes C2).



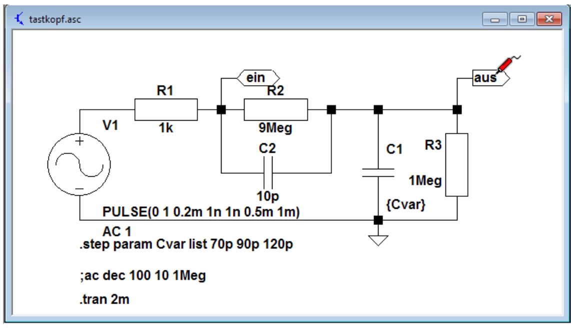
Zahlenwerte: $R0 = 1\,\text{k}$, $R2 = 1\,\text{Meg}$, $C2 \approx 90\,\text{p}$, Teilerverhältnis $U1{:}U2 = 10{:}1$, Frequenz von $U0$ etwa 1 kHz.

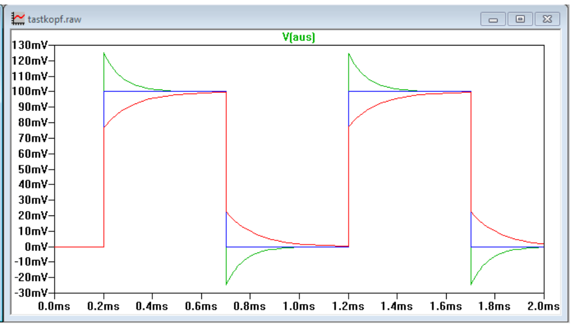
```
function probe

% Frequenz der Rechteckfunktion
freq = 1000;
period = 1/freq;

% Loesung der Differentialgleichung für 3 Werte von C2
[t1,y1] = step(70e-12);
[t2,y2] = step(90e-12);
[t3,y3] = step(120e-12);

% Plotten der Daten
h1=plot(t1,y1(:,2));
hold on;
h2=plot(t2,y2(:,2)-0.3);
h3=plot(t3,y3(:,2)+0.3);
```

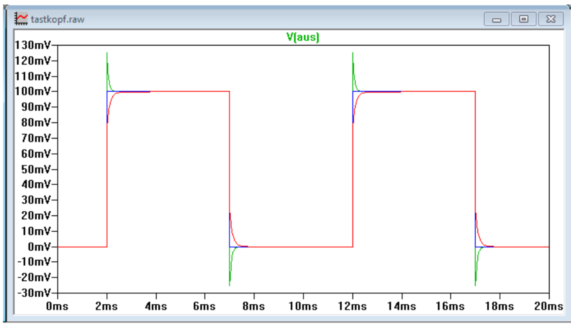
```
hold off;

% Konfektionierung des Plots
axis([0,2*period,-0.5,0.5]);
set([h1 h2 h3],'Linewidth',2,'Color',[0,0,0]);
set(gca,'xgrid','on','xticklabel',[],'xtick',0.2*period*[1:9]);
set(gca,'ygrid','on','yticklabel',[]);
set(gca,'linewidth',1.5,'ticklength',[0 0]);

% Lösung der Differentialgleichung mit "ode15s"
    function [t,u] = step(c2)
        [t,u] = ode15s(@dgl,[0,2*period],[-1;-0.1],[],c2);
    end

% Formulierung der Differentialgleichung
    function dudt = dgl(t,u,c2)
        r0 = 10000;
        r1 = 9e6;
        r2 = 1e6;
        c1 = 10e-12;
        t = (t+0.0009)*2*freq;
        u0 = 1-2*fix(mod(t,2));
        du2dt = -1/c2*((u(1)-u0)/r0+u(2)/r2);
        du1dt = du2dt-1/c1*((u(1)-u0)/r0+(u(1)-u(2))/r1);
        dudt = [du1dt;du2dt];
    end

end
```

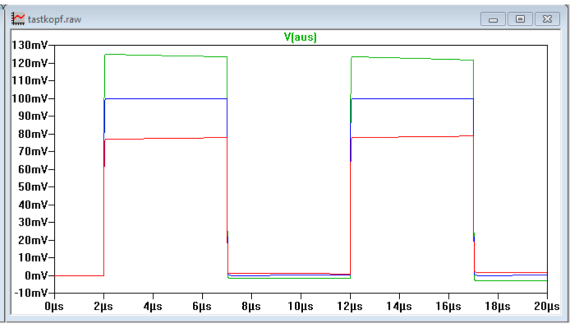


Aufgabe 4.4 Tastkopf, LTspice Gleiche Aufgabe, aber Lösung mit LTspice. Verhalten bei unterschiedlichen Frequenzen der Rechteckspannung? Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion für die unterschiedlichen Werte von C2 Können Sie Ihre Vermutungen aus Aufgabe 3.6 bestätigen?

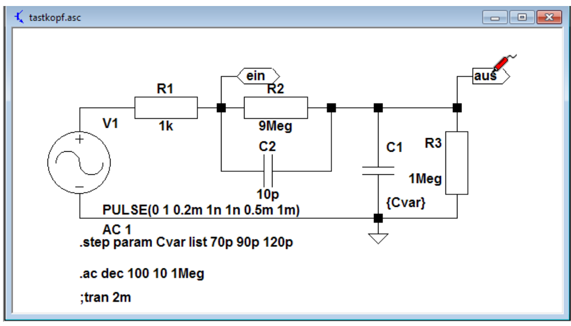


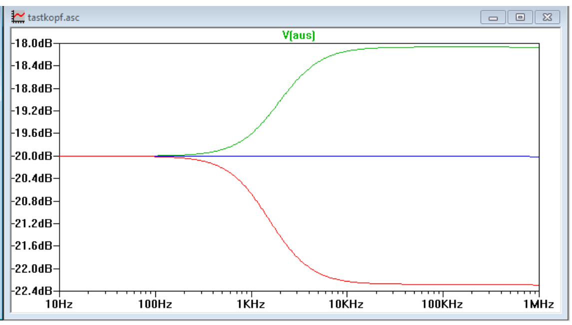




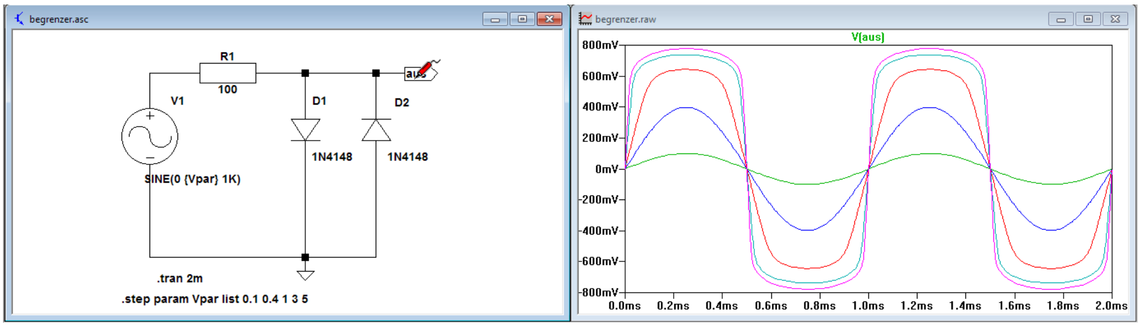


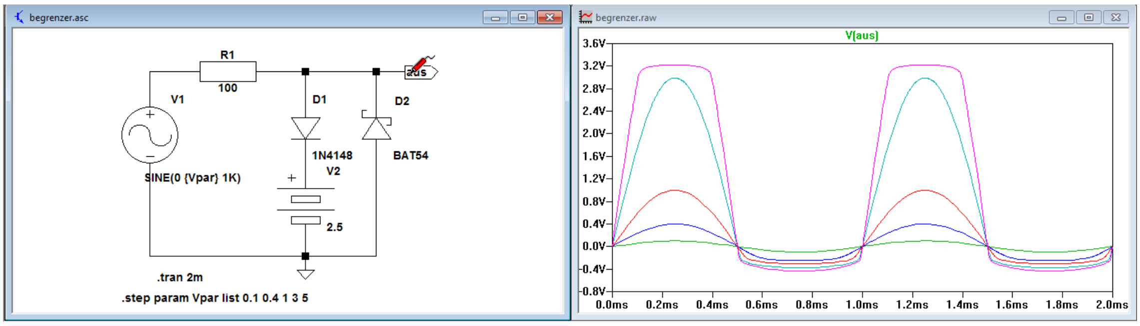
Andere Frequenzen, links 100 Hz, rechts 100 kHz: Fehleinstellungen der Kapazität sind kaum zu sehen.



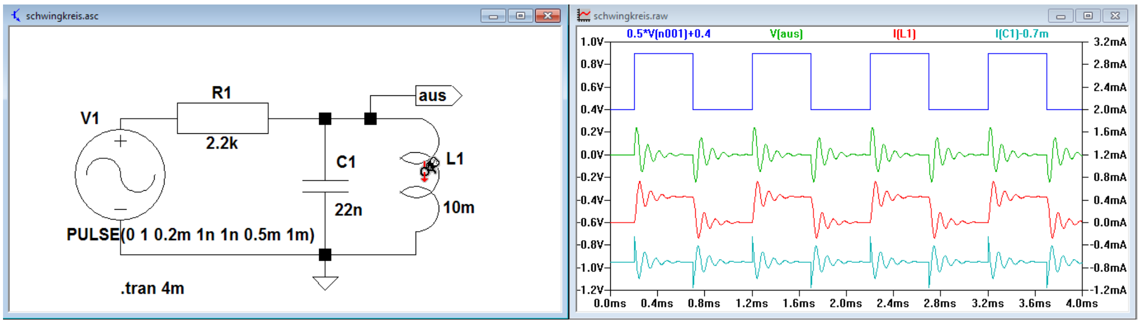


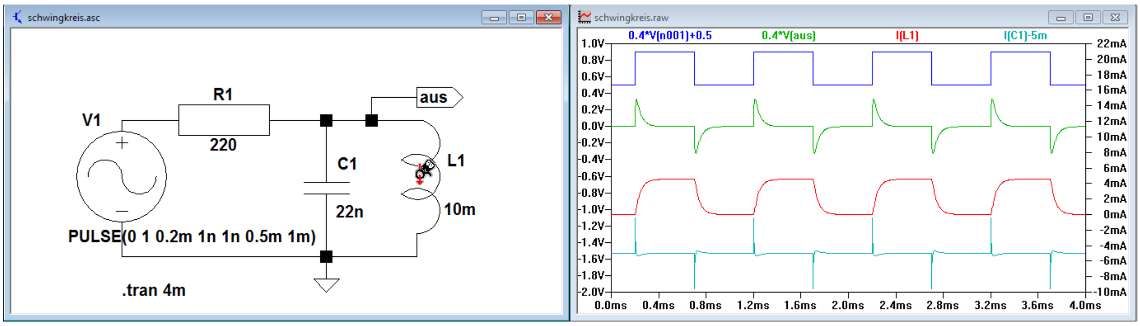
Aufgabe 4.5 Spannungsbegrenzer, LTspice Simulieren Sie den besprochenen Spannungsbegrenzer aus Widerstand und zwei Dioden (Abbildung 4.1) mit LTspice. Welche Wirkung hat eine Vorspannung an den Dioden (Spannungsquelle in Reihe mit einer Diode)?

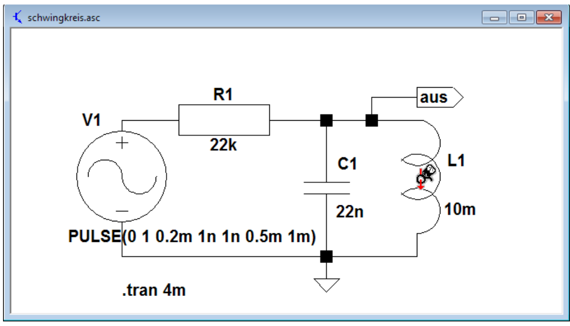


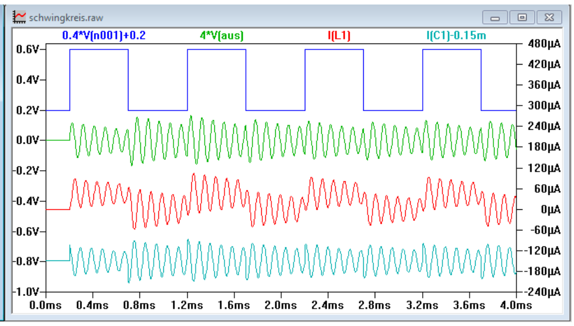


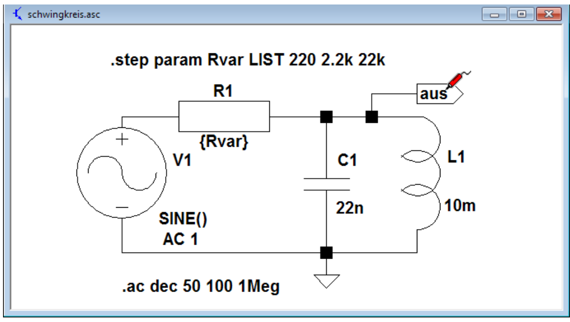
Aufgabe 4.6 Schwingkreis, LTspice Simulieren Sie die Schwingkreisschaltung der Abbildung 4.5 mit LTspice und berechnen Sie – wie im Beispiel gezeigt – die Reaktion auf ein Rechtecksignal. Wie sieht das Bode-Diagramm aus? Variieren Sie R.

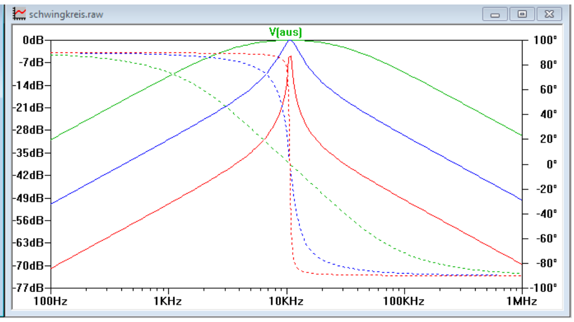




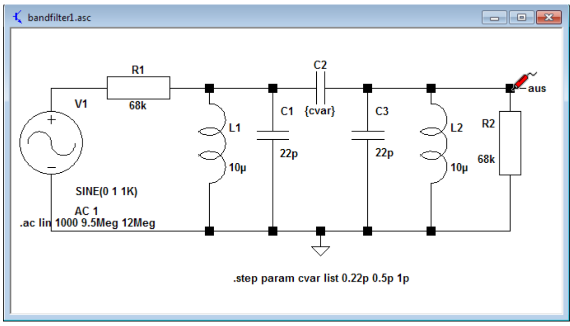


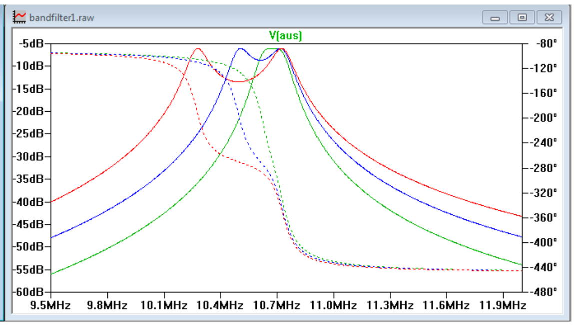






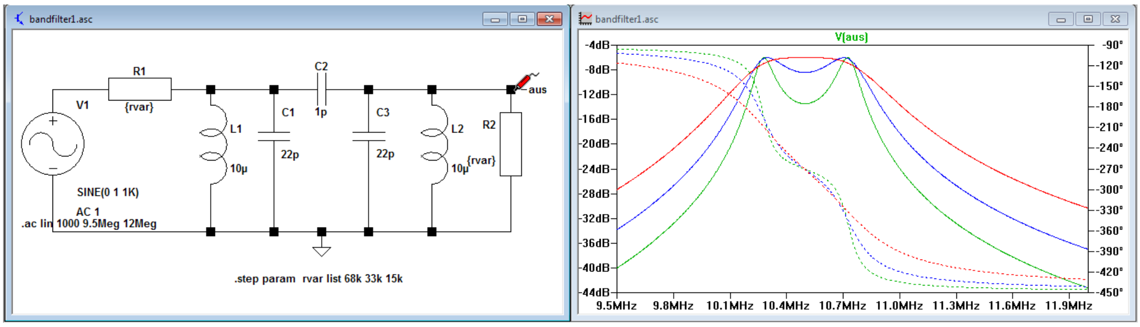
Aufgabe 4.7 Bandfilter Implementieren Sie die Schaltung für die beiden gekoppelten Schwingkreise (Abbildung 3.21) in LTspice und berechnen Sie das Bode-Diagramm. Welche Wirkung hat eine Änderung der Dämpfung ($R1$, $R2$), welche Wirkung eine Änderung der Kopplung ($C3$)?



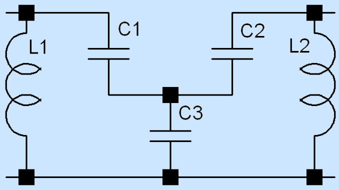


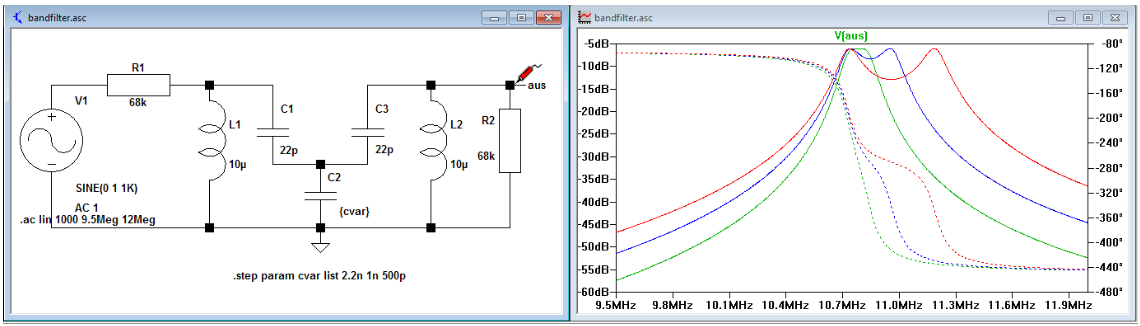
Gleichphasige Schwingung: Die Koppelkapazität C3 hat keinen Einfluss auf die effektiven Kapazitäten.

Gegenphasige Schwingung: Die Koppelkapazität C3 vergrößert die effektiven Kapazitäten, Verschiebung zu tieferen Frequenzen mit stärkerer Kopplung.



Aufgabe 4.8 Bandfilter, modifiziert Die Kopplung der beiden Schwingkreise kann auch so wie nebenstehend dargestellt kapazitiv realisiert werden. C3 ist dann etwa um den gleichen Faktor größer zu wählen wie es bei der anderen Kopplungsart kleiner gewählt wurde. Wie ändert sich das Bode-Diagramm? Begründen Sie das über die Größe der effektiven Kapazitäten bei gleichphasiger und gegenphasiger Schwingung der beiden Schwingkreise.



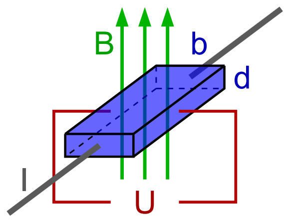


Gleichphasige Schwingung: Die Koppelkapazität C3 verringert die effektiven Kapazitäten, Verschiebung zu höheren Frequenzen mit stärkerer Kopplung.

Gegenphasige Schwingung: Die Koppelkapazität C3 hat keinen Einfluss auf die effektiven Kapazitäten.

Aufgabe 5.1 Berechnen Sie die Hallspannung an einem Hall-Sensor mit den folgenden Daten: Dicke 0.1 mm, Breite 2 mm, Strom 0.01 A, Ladungsträgerdichte 10^{18} cm^{-3}, Beweglichkeit 4000 cm^{2}V^{-1}s^{-1}, Magnetfeld 0.1 T.

Bei einer Geometrie wie rechts skizziert berechnet sich die Hallspannung U_H aus der Bedingung, dass auf die Elektronen im stationären Fall keine resultierende Querkraft wirkt



$$eE + ev \times B = 0\,.$$

$$\text{mit} \quad E = \frac{U_\mathrm{H}}{b} \quad \text{und} \quad j = \frac{I}{bd} = env \quad \text{wird}$$

$$U_\mathrm{H} = -\frac{1}{en}\frac{IB}{d}\,.$$

Die Beweglichkeit spielt also keine Rolle, wohl aber die Ladungsträgerdichte; daher die bevorzugte Verwendung von Halbleitern für Halleffekt-Sensoren.

Mit den Zahlenwerten der Aufgabe wird $U_\mathrm{H} = 62.5\,\mu\mathrm{V}$.

Aufgabe 5.2 Berechnen Sie die Diffusionsspannung für eine Silizium-Diode mit abruptem p-n-Übergang bei Raumtemperatur (300 K). Die Dotierungskonzentrationen sind $N_\mathrm{D} = 10^{17}$ cm^{-3} und $N_\mathrm{A} = 10^{15}$ cm^{-3}.

Für die Diffusionsspannung ist die Gleichung 5.33 im Skriptum zuständig

$$U_\mathrm{D} = \frac{k_\mathrm{B}T}{e} \cdot \ln \frac{n_\mathrm{n} \cdot p_\mathrm{p}}{n_\mathrm{i}^2}\,.$$

Mit n_i aus Tabelle 5.2 wird unter der Annahme, dass die Dotierungsatome vollständig ionisiert sind,

$$U_\mathrm{D} \approx 0.7\,\mathrm{V}\,.$$

Aufgabe 5.3 Berechnen Sie die Breiten der Raumladungsbereiche und das maximale Feld für die obige Diode (für Silizium ist $\epsilon = 12$).

Die Breiten der Raumladungsgebiete d_n und d_p sind nach Gleichung 5.38

$$d_\mathrm{n} = \left(\frac{2\epsilon_0\epsilon U_\mathrm{D}}{e}\frac{N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{D}(N_\mathrm{D}+N_\mathrm{A})}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad d_\mathrm{p} = \left(\frac{2\epsilon_0\epsilon U_\mathrm{D}}{e}\frac{N_\mathrm{D}}{N_\mathrm{A}(N_\mathrm{D}+N_\mathrm{A})}\right)^{\frac{1}{2}}\,.$$

Das maximale Feld bei $x = 0$ nach Gleichung 5.39

$$E_{\max} = E(0) = \left(\frac{2eU_{\mathrm{D}}}{\epsilon_0 \epsilon} \frac{N_{\mathrm{D}} N_{\mathrm{A}}}{N_{\mathrm{D}} + N_{\mathrm{A}}} \right)^{\frac{1}{2}} .$$

Mit den Zahlenwerten der Aufgabe

$$d_{\mathrm{n}} \approx 10^{-8}\,\mathrm{m} \qquad d_{\mathrm{p}} \approx 10^{-6}\,\mathrm{m} \qquad E_{\max} \approx 1.5 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} .$$

Aufgabe 5.4 Wie groß ist die Kapazität des obigen p-n-Übergangs bei einer Fläche des Übergangs von 0.01 cm^2? Wie groß wird die Kapazität, wenn eine Spannung von 20 V in Sperrrichtung angelegt wird?

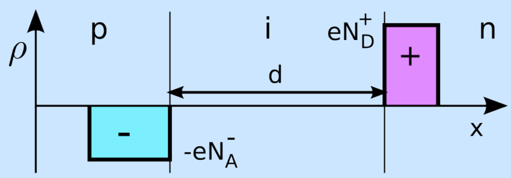
Kapazität eines Plattenkondensators mit Fläche A und Plattenabstand d

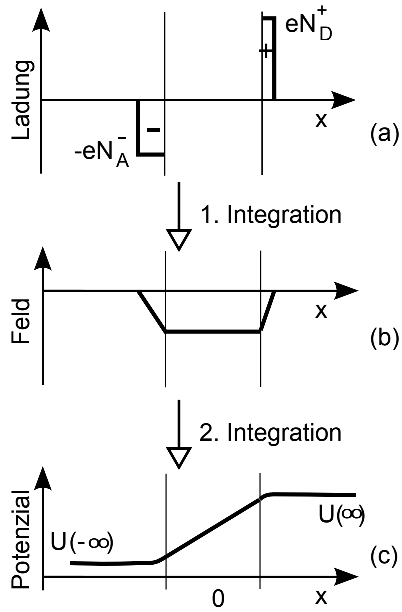
$$C = \epsilon_0 \epsilon \frac{A}{d} .$$

Mit den Zahlenwerten der Aufgaben wird $C \approx 11\,\mathrm{nF}$.

Wird eine Sperrspannung angelegt, so erhöht sich für die Berechnung der Breiten der Raumladungsgebiete die Diffusionsspannung um die angelegte Sperrspannung. Für die Kapazität ergibt sich dann $C_{20} \approx 2\,\mathrm{nF}$.

Aufgabe 5.5 Wie ändern sich Feldverlauf, Potenzialverlauf, maximale Feldstärke und Kapazität, wenn zwischen p- und n-Gebiet eine undotierte (intrinsic) Zwischenschicht eingeschoben wird (pin-Diode)? Diskutieren Sie qualitativ und quantitativ (Beispielzahlenwert: $d = 20\,\mu\mathrm{m}$).



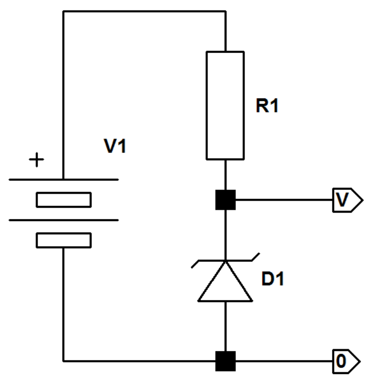


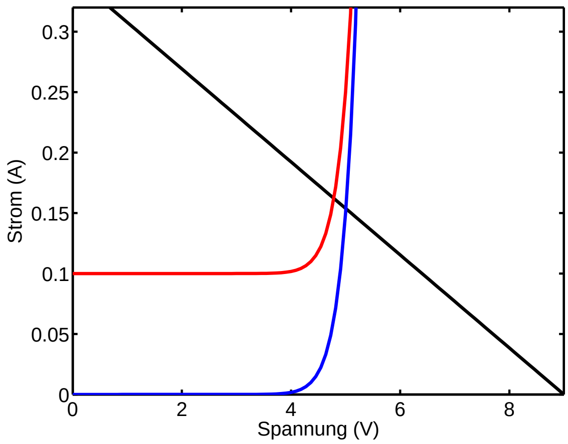
Die nebenstehende Abbildung skizziert, wie sich die Verhältnisse gegenüber dem abrupten p-n-Übergang der Abbildung 5.18 im Skriptum verändern.
Wenn die Dicke der i-Schicht groß gegenüber den Breiten der ionisierten Zonen ist, kann man die Breiten dieser Bereiche bei der Rechnung näherungsweise vernachlässigen und hat damit nur die i-Schicht mit konstantem Feld zu berücksichtigen.
Aus dem Vergleich mit den Zahlenwerten der vorhergehenden Aufgabe folgt, dass sowohl das maximale Feld als auch die Kapazität deutlich kleiner werden. Eine angelegte Sperrspannung wird die Kapazität kaum verändern, wohl aber das maximale Feld.

Mit $d = 20\,\mu$m wird

$$C \approx C_{20} \approx 0.5\,\text{nF} \qquad E_{\text{max}} \approx 3.6 \cdot 10^4\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \qquad E_{\text{max},20} \approx 1 \cdot 10^6\,\frac{\text{V}}{\text{m}}\,.$$

Aufgabe 6.1 Spannungsstabilisierung mit Zenerdiode Ersetzen Sie in Aufgabe 2.7 den Widerstand R_2 durch eine Zenerdiode. Gehen Sie davon aus, dass Sie deren Sperrkennlinie durch das Potenzgesetz $I = A \cdot U^m$ beschreiben können. Wie groß ist der Widerstand, wie groß der differentielle Widerstand als Funktion der angelegten Spannung? Wählen Sie A so, dass die Forderungen der Aufgabe 2.7 sinnvoll zu lösen sind, m können Sie frei wählen, Vorschlag: $m = 20$. Linearisieren Sie das Problem um den gewählten Arbeitspunkt.





Links die Schaltung, rechts die graphische Lösung der Knotengleichung am Knoten V. An diesem Knoten gilt

$$(V_1 - V)/R_1 - I_Z - I_1 = 0\,,$$

I_Z ist der Strom durch die Zenerdiode, I_1 der Laststrom. Der Arbeitspunkt ist der Schnittpunkt der beiden Kurven

$$I = (V_1 - V)/R_1 \qquad \text{und} \qquad I = I_Z + I_1\,.$$

Blaue Kurve im obigen Bild für $I_1 = 0$, rote Kurve für $I_1 = 0.1$.

Die obige graphische Lösung lässt sich in MATLAB dann auch numerisch implementieren.

Betrachtung mit differentiellen Widerständen Statt einer numerischen Lösung berechnen wir differentiell, was bei einer kleinen Laststromänderung passiert. Eine Laststromänderung verschiebt die Kennlinie der Zenerdiode bzw. des Widerstands R_2 der Aufgabe 2.7 nach oben oder unten. Die zugehörige Spannungsänderung ist umso kleiner, je größer die Steigung der Kennlinie, d. h. je kleiner der differentielle Widerstand ist.

Für den Spannungsteiler aus zwei Widerständen gilt

$$\frac{V_1 - V}{R_1} - \frac{V}{R_2} - I = 0 \qquad \text{damit} \qquad \frac{dV}{dI} = -\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}\,.$$

Für den Spannungsteiler mit Zenerdiode

$$\frac{V_1 - V}{R_1} - \frac{V}{R_Z} - I = 0 \qquad \text{mit} \quad R_Z = \frac{V_Z}{I_Z} = \frac{1}{A \cdot V_Z^{m-1}} \qquad \frac{dV}{dI} = -\frac{1}{\frac{1}{R_1} + m\frac{1}{R_Z}}\,.$$

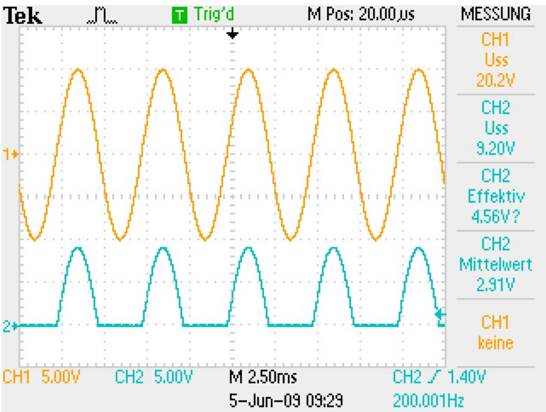
$m\frac{1}{R_Z}$ ist der reziproke differentielle Widerstand der Zenerdiode

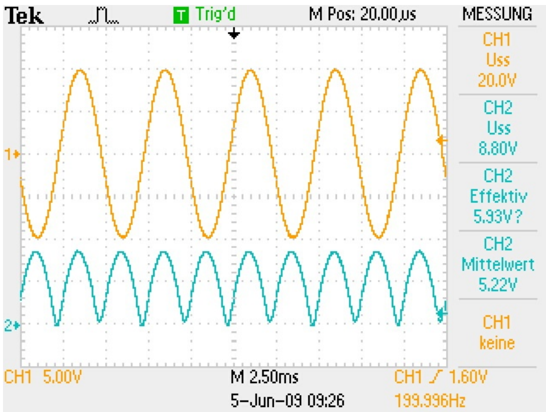
$$R_D = \frac{dV}{dI} = \left(\frac{dI}{dV}\right)^{-1} = \left(m \cdot A \cdot V^{m-1}\right) = \frac{1}{m}\frac{V_Z}{I_Z} = \frac{R_Z}{m} \,.$$

Geht man davon aus, dass R_1, R_2 und R_Z in etwa gleich groß sind, so wird für $m = 20$ die von einer infinitesimalen Stromänderung verursachte Spannungsänderung im Fall der Zenerdiode um etwa den Faktor 10 kleiner als bei einem rein ohmschen Spannungsteiler. Die Folgerungen sind evident.

Aufgabe 6.2 Effektivwert und Mittelwert In den Abbildungen 6.14 und 6.15 sind auf den Oszilloskopbildern außer den vom Oszilloskop gemessenen Amplituden U_{SS} auch die Effektivwerte und Mittelwerte der Ausgangsspannungen angegeben. Berechnen Sie diese aus den Werten für U_{SS} und vergleichen Sie mit den Angaben des Oszilloskops (beim Brückengleichrichter ist der Wert für U_{SS} aufgrund von Asymmetrien offensichtlich etwas zu groß, gehen Sie eher von etwa 8.4 V aus, das passt besser zu den typischen Flussspannungen).

Nochmals die beiden Abbildungen





Geht man von Amplituden A von 9.2 bzw. 8.4 V aus, so ergibt sich für den Mittelwert beim Einweggleichrichter

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)\,dt = \frac{A}{T}\int_0^{T/2} \sin\frac{2\pi t}{T} dt = -\frac{A}{2\pi}(\cos\pi - \cos 0) = \frac{9.2}{\pi} = 2.93$$

und beim Brückengleichrichter

$$\overline{U} = \frac{A}{T}\int_0^T \left|\sin\frac{2\pi t}{T}\right| dt = -\frac{A}{2\pi}(\cos\pi - \cos 0 - \cos 2\pi + \cos\pi) = \frac{2 \cdot 8.4}{\pi} = 5.35 \,.$$

Für den Effektivwert ergibt sich beim Einweggleichrichter

$$U_{\mathrm{eff}} = \sqrt{\overline{U(t)^2}} = A\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} \sin^2\frac{2\pi t}{T}\,dt} = \frac{A}{2} = 4.60$$

und beim Brückengleichrichter

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\overline{U(t)^2}} = A\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\frac{2\pi t}{T}\,dt} = \frac{A}{\sqrt{2}} = 5.94\,.$$

Aufgabe 6.3 Drehstromgleichrichter Simulieren Sie eine Drehstromquelle und die Drehstromgleichrichtung mit einer Schaltung wie in Abbildung 6.1. Vergleich mit der Brückenschaltung bei Einphasenwechselstrom.

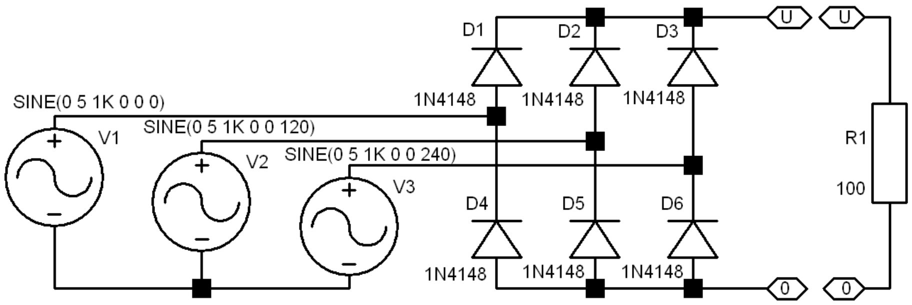
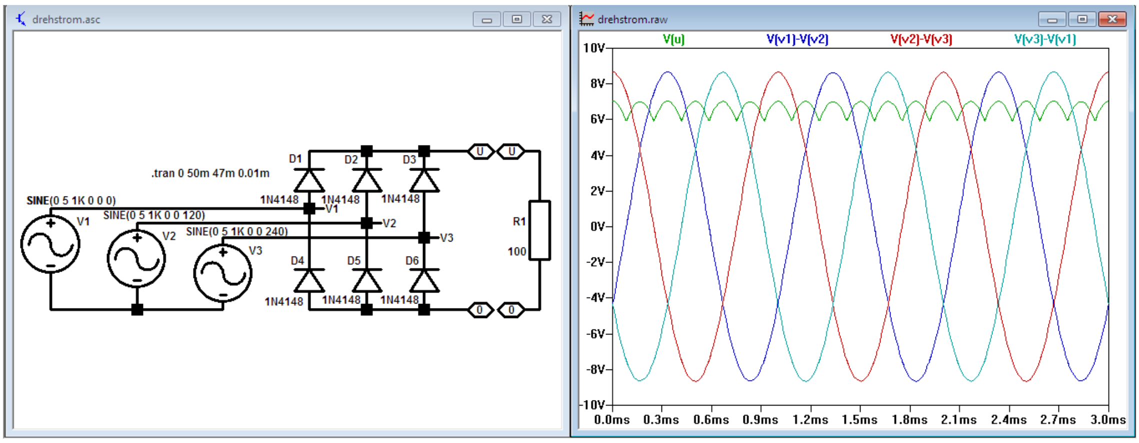
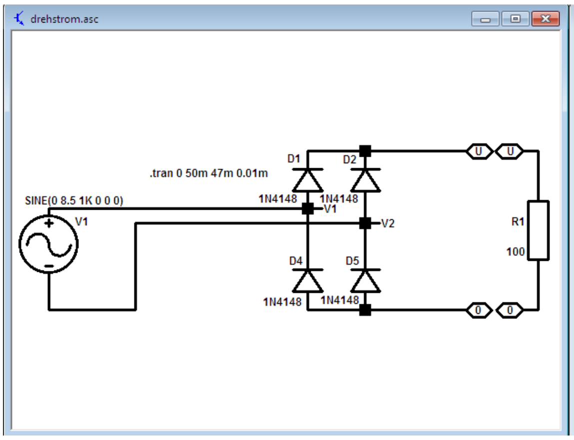
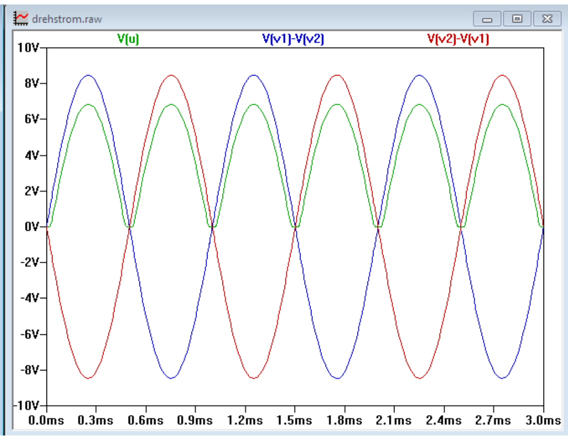


Abbildung 6.1: Schaltbild für die Simulation von Drehstrom und Drehstromgleichrichtung.



Oben Drehstrom, unten zum Vergleich Einphasenwechselstrom.





Aufgabe 6.4 Siebkette Die durch Gleichrichtung gewonnene pulsierende Gleichspannung kann durch eine *Siebkette* geglättet werden. Untersuchen Sie die Wirkungsweise am Beispiel der Schaltungen in Abbildung 6.2. Stellen Sie insbesondere auch die Spannung an der Diode dar, wie groß wird die maximal?

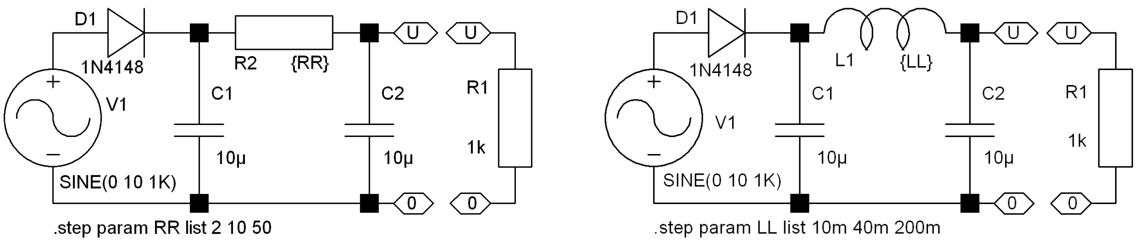
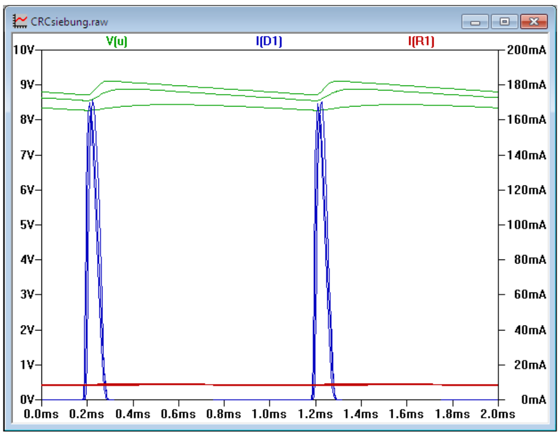
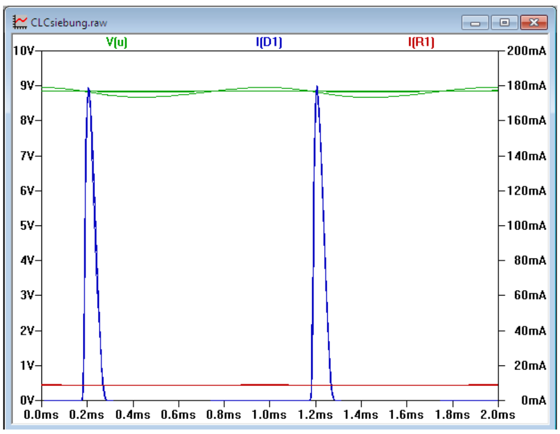


Abbildung 6.2: Siebketten zur Glättung von pulsierender Gleichspannung, links mit zwei Kondensatoren und Widerstand, rechts mit Spule.





Man erkennt, dass die Siebung mit einer Induktivität deutlich wirkungsvoller ist. Weiterhin fällt auf, dass der Spitzenstrom – I(D1) – wesentlich größer als der mittlere Laststrom – I(R1) – ist.

Aufgabe 6.5 Spannungsverdopplung Um höhere Gleichspannungen zu erzeugen kann man mehrere Dioden geeignet zusammenschalten. Zwei Schaltungen zur Spannungsverdopplung sind in Abbildung 6.3 skizziert. Untersuchen Sie eine davon mit LTspice.

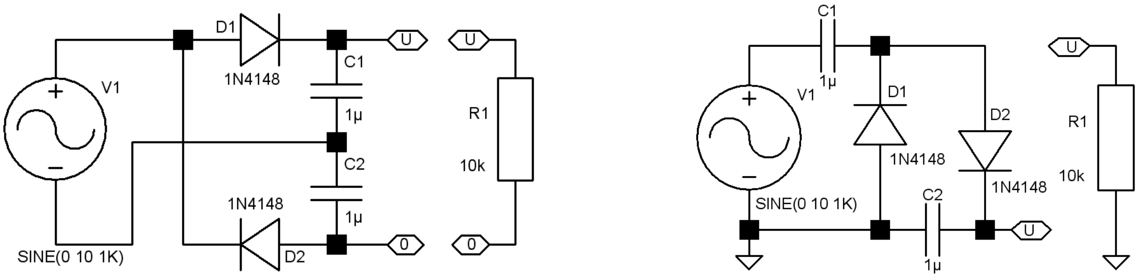
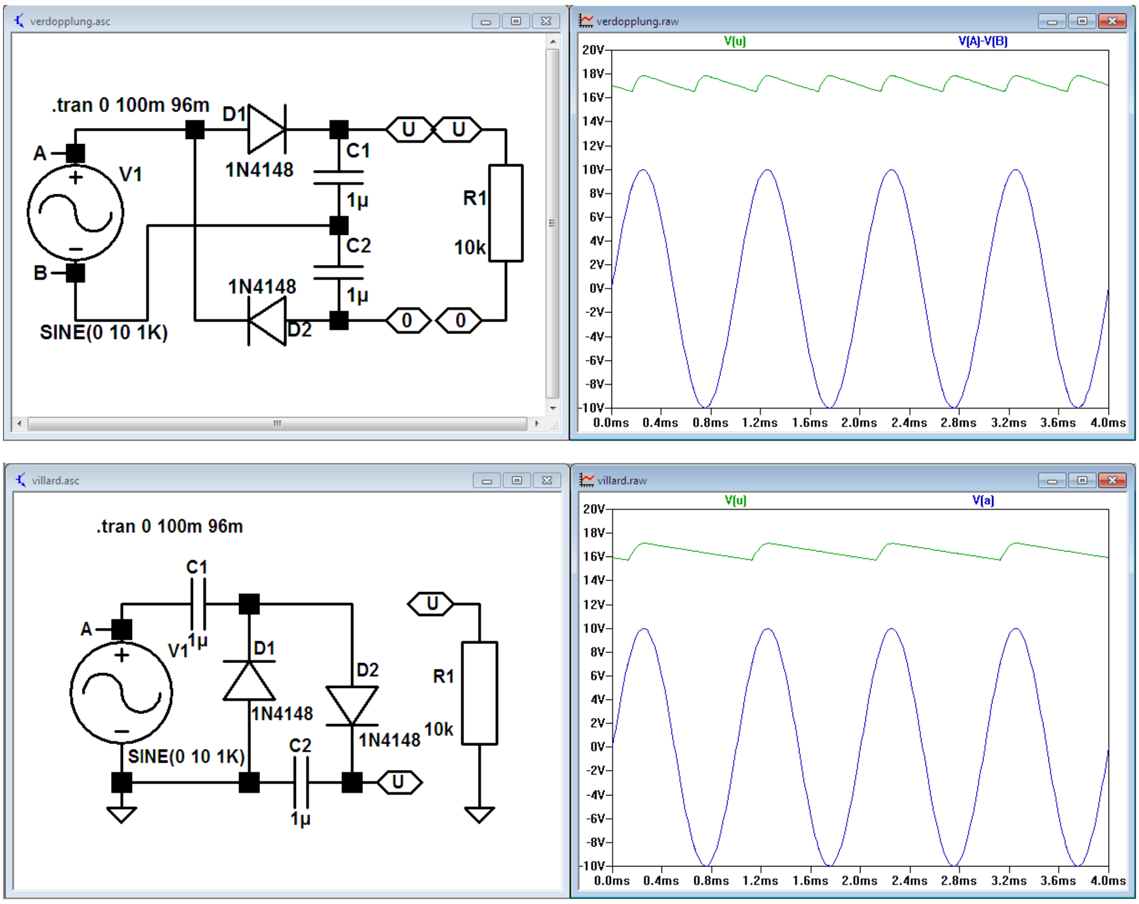


Abbildung 6.3: Spannungsverdopplerschaltungen, links: Delon-Schaltung, rechts: Villard-Schaltung.



Aufgabe 6.6 Spannungsvervielfachung Eine der beiden Verdopplerschaltungen, die Villard-Schaltung, kann kaskadiert werden, um noch höhere Gleichspannungen zu erzielen. Eine Kaskade aus drei Villards ist in Abbildung 6.4 skizziert. Diskutieren Sie die Schaltung und untersuchen Sie die Funktion mit LTspice. Was müsste man ändern, um die ungeraden Vielfachen U_1, U_3, U_5 verwenden zu können?

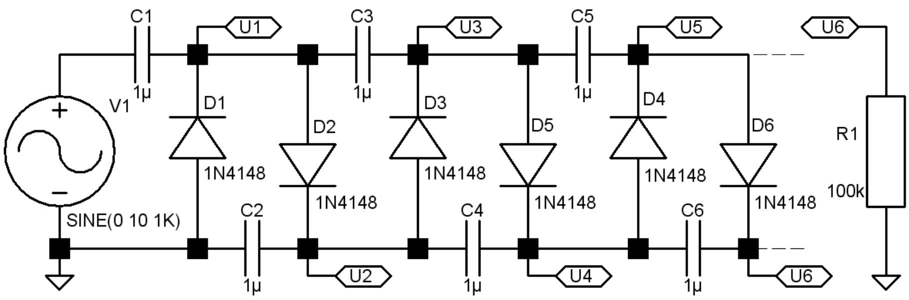
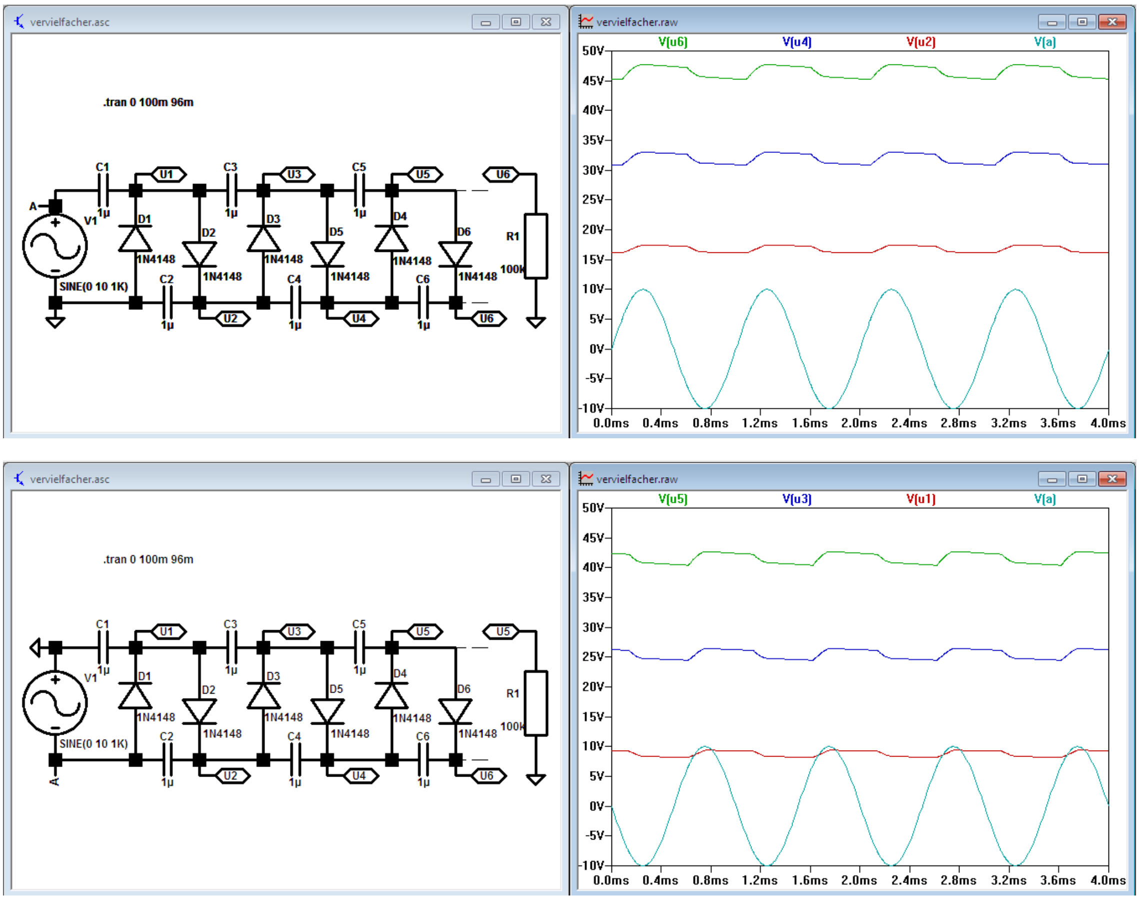
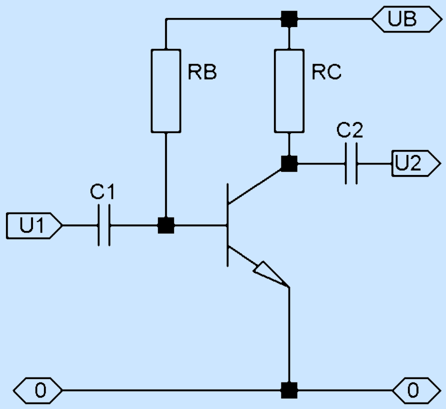


Abbildung 6.4: Spannungsvervielfacherschaltung: Kaskadierung von drei Villard-Schaltungen.



Aufgabe 7.1 Für die nebenstehende Schaltung sollen Kollektor- und Basiswiderstand dimensioniert werden. Als Betriebsspannung U_B wurde 10 V festgelegt, die typische Stromverstärkung des Transistors beträgt $h_\mathrm{fE} = \beta = B = 160$.



- Für einen Kollektorstrom von 3 mA ist R_C so zu bestimmen, dass ein möglichst großer symmetrischer Aussteuerbereich erreicht wird (näherungsweise können Sie annehmen, dass die minimale Kollektor-Emitter-Spannung 0 V beträgt).
- Wie groß muss R_B gewählt werden unter der Annahme, dass die Basis-Emitter-Spannung 0.6 V beträgt?
- Bestimmen Sie die Wechselspannungsverstärkung der Schaltung (die Kondensatoren seien groß genug gewählt, um die Verstärkung nicht zu beeinflussen). Für die Eingangskennlinie können Sie die vereinfachte Formel

  $$I_\mathrm{B} = I_\mathrm{S} \cdot \exp\left(U_\mathrm{BE}/U_\mathrm{T}\right) \qquad \text{mit} \qquad U_\mathrm{T} = k_\mathrm{B}T/e = 26\,\mathrm{mV}, \quad I_\mathrm{S} = 2.5 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{A}$$

  annehmen.
- Laut Datenblatt kann die Stromverstärkung zwischen 100 und 250 streuen. Wie verändern sich Arbeitspunkt, maximale Amlitude der Ausgangsspannung und Verstärkung bei diesen Extremwerten.
- Zusatzfrage: Wie groß muss die Koppelkapazität C_1 an der Basis gemacht werden, damit die untere 3 dB-Grenze des Frequenzgangs bei 25 Hz liegt?

Für einen großen symmetrischen Aussteuerbereich muss U_CE etwa bei der halben Betriebsspannung liegen, daher $R_\mathrm{C} = 5/0.003 = 1.67\,\mathrm{k}\Omega$.

Es muss ein Basisstrom $I_\mathrm{B} = I_\mathrm{C}/B$ eingestellt werden, der dazu benötigte Basisvorwiderstand wird $R_\mathrm{B} = (U_\mathrm{B} - U_\mathrm{BE})/I_\mathrm{B} \approx 500\,\mathrm{k}\Omega$.

Eine kleine Spannungsänderung an der Basis verursacht eine Basisstromänderung, diese wiederum eine Kollektorstromänderung, die über den Arbeitswiderstand R_C zu einer Änderung der Ausgangsspannung führt.

$$\frac{dI_\mathrm{B}}{dU_\mathrm{BE}} = \frac{I_\mathrm{S}}{U_\mathrm{T}} \cdot \exp\left(U_\mathrm{BE}/U_\mathrm{T}\right) = \frac{I_\mathrm{B}}{U_\mathrm{T}}\,,$$

$$v_U = \frac{dU_\mathrm{CE}}{dU_\mathrm{BE}} = -R_\mathrm{C}\frac{dI_\mathrm{C}}{dU_\mathrm{BE}} = -R_\mathrm{C}B\frac{dI_\mathrm{B}}{dU_\mathrm{BE}} = -R_\mathrm{C}B\frac{I_\mathrm{B}}{U_\mathrm{T}} = -192\,.$$

Für $B = 100(250)$ ergibt sich:

Kollektorstrom $I_C = 1.88(4.69)\,\text{mA}$,

Arbeitspunkt $U_{CE} = U_B - R_C I_C = 7.8(3.1)\,\text{V}$,

Maximale Ausgangsamplitude $U_{A,max} = min(U_B - U_{CE}, U_{CE}) = 2.2(3.1)\,\text{V}$,

Verstärkung $v_U = -R_C B \frac{I_B}{U_T} = -120(300)$.

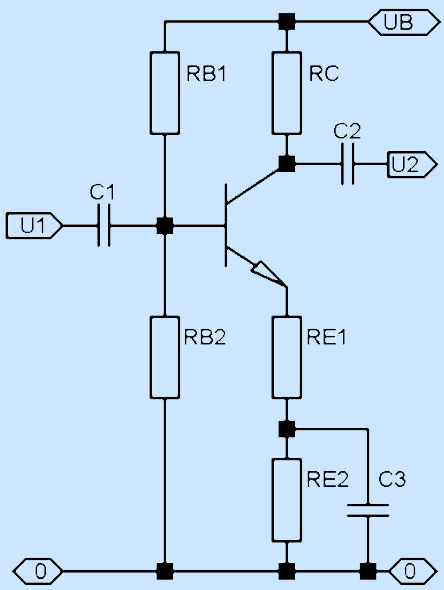
Zur Berechnung der benötigten Koppelkapazität wird der Wechselspannungseingangswiderstand R_1 der Schaltung benötigt

$$R_1 = R_B || \frac{dU_{BE}}{dI_B} = \left(\frac{1}{R_B} + \frac{dI_B}{dU_{BE}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{R_B} + \frac{I_B}{U_T}\right)^{-1} = \frac{1}{I_B}\left(\frac{1}{U_B - U_{BE}} + \frac{1}{U_T}\right)^{-1} \approx \frac{U_T}{I_B} \approx 1.4\,\text{k}\Omega\,.$$

$$\omega_u = \frac{1}{R_1 C_1} \qquad \Rightarrow \qquad C_1 = \frac{1}{2\pi f_u R_1} \approx 4.5\,\mu\text{F}\,.$$

Aufgabe 7.2 Für die nachstehende Schaltung sollen die Widerstände dimensioniert werden. Als Betriebsspannung U_B wurde 10 V festgelegt, die typische Stromverstärkung des Transistors beträgt $h_{fE} = \beta = B = 160$. Alle Kondensatoren in der Schaltung sind so groß, dass sie für die Berechnung der Wechselspannungsverhältnisse als Kurzschlüsse angenommen werden können. Als Basis-Emitter-Spannung können Sie für alle Berechnungen 0.6 V annehmen.

- Für einen Kollektorstrom von 3 mA sind R_C und die Summe aus den beiden Emitterwiderständen $R_{E1} + R_{E2}$ so zu bestimmen, dass die Teilspannungen über R_C, über der Kollektor-Emitter-Strecke des Transistors und über $R_{E1} + R_{E2}$ jeweils gleich groß sind.
- Dimensionieren Sie R_{B1} und R_{B2} so, dass durch R_{B2} der zehnfache Basisstrom fließt.
- Wie groß muss R_{E1} gewählt werden, damit die Wechselspannungsverstärkung 10 beträgt.
- Laut Datenblatt kann die Stromverstärkung zwischen 100 und 250 streuen. Wie verändern sich Arbeitspunkt, maximale Amlitude der Ausgangsspannung und Verstärkung bei diesen Extremwerten.



Da der Basisstrom klein gegen den Kollektorstrom ist, wird der Emitterstrom in guter

Näherung gleich dem Kollektorstrom sein, mithin

$$R_C = R_{E1} + R_{E2} = \frac{U_B}{3}\frac{1}{I_C} = 1.11\,\mathrm{k\Omega}\ .$$

Spannungen am Basisspannungsteiler $U_{B2} = U_B/3 + U_{BE}$ und $U_{B1} = U_B - U_{B2}$.

Basisstrom $I_B = I_C/B$,

Basiswiderstände $R_{B1} = U_{B1}/(11 I_B) = 29.4\,\mathrm{k\Omega}$ und $R_{B2} = U_{B2}/(10 I_B) = 21.0\,\mathrm{k\Omega}$.

Da die einzustellende Verstärkung klein gegen die Verstärkung ohne Gegenkopplung ist, kann die Näherungsformel verwendet werden

$$|v| = R_C/R_{E1} \qquad \Rightarrow \qquad R_{E1} = R_C/|v| = 111\,\Omega\ .$$

Für eine andere Stromverstärkung B stellt sich ein anderer Basisstrom I_B und eine andere Basisspannung U_{B2} ein. U_{BE} soll ungeändert bleiben. Knotengleichung an der Basis

$$U_{B2}/R_{B2} + I_B + (U_{B2} - U_B)/R_{B1} = 0\ ,$$

$$U_{B2}R_{B1} + I_B R_{B1} R_{B2} + (U_{B2} - U_B)R_{B2} = 0\ ,$$

U_{B2} berechnet sich aus $I_C = B \cdot I_B$ und $R_E = R_C$. Damit

$$(B \cdot I_B R_C + U_{BE})R_{B1} + I_B R_{B1} R_{B2} + (B \cdot I_B R_C + U_{BE} - U_B)R_{B2} = 0\ ,$$

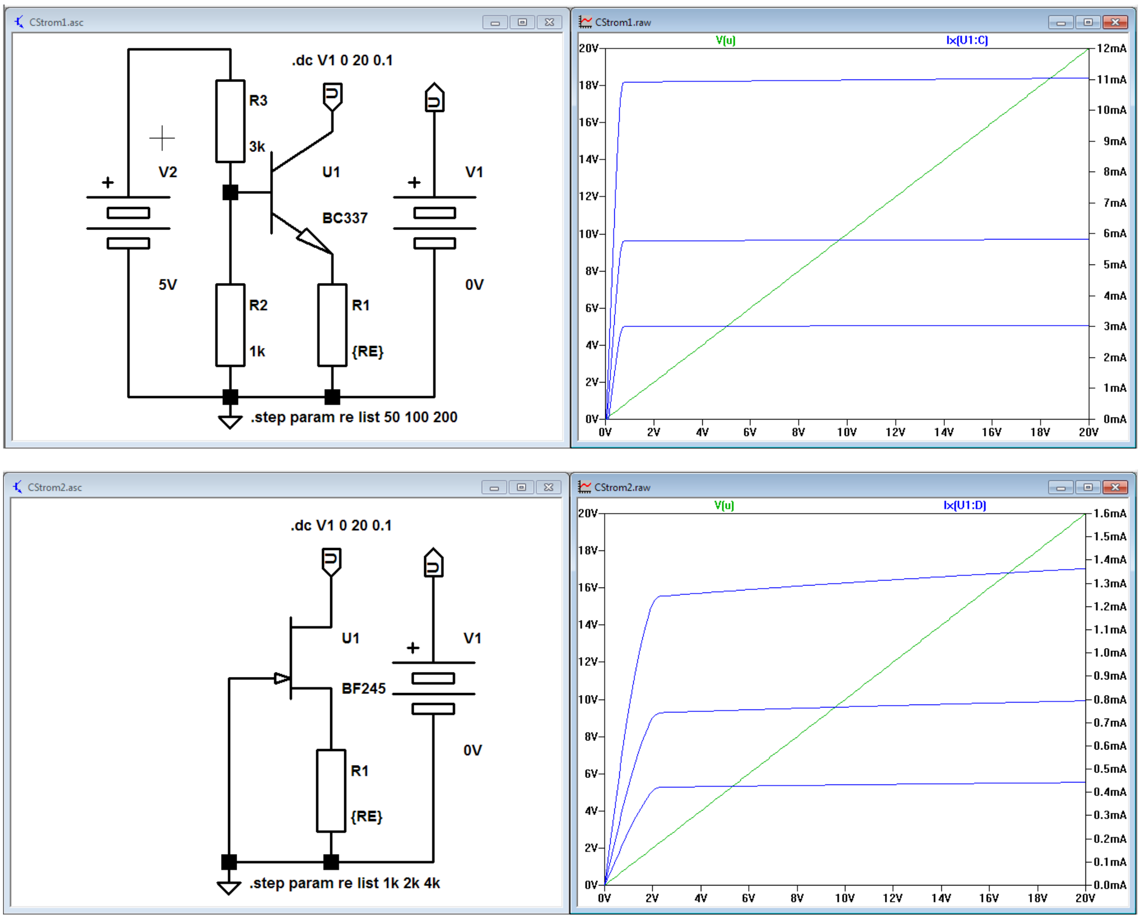
$$I_B = \frac{U_B R_{B2} - U_{BE} R_{B1} - U_{BE} R_{B2}}{B R_C R_{B1} + R_{B1} R_{B2} + B \cdot R_C R_{B2}}\ , \qquad U_C = U_B - B \cdot I_B R_C\ .$$

Für $B = [100, 160, 250]$ stellen sich ein $I_B = [29, 19, 12]\,\mu\mathrm{A}$ und $U_C = [6.79, 6.67, 6.59]\,\mathrm{V}$.

Arbeitspunkt und Aussteuerbereich ändern sich mithin nur geringfügig um etwa $\pm 0.1\,\mathrm{V}$, die Verstärkung bleibt in der gemachten Näherung konstant.

Aufgabe 7.3 In der gemeinsamen Emitterleitung eines Differenzverstärkers wird üblicherweise eine Konstantstromquelle verwendet. Wie lässt sich diese auf einfache Weise mit einem einzelnen Transistor realisieren?

Eine einfache Konstantstromquelle lässt sich dadurch realisieren, dass man den Kollektorstrom beim bipolaren oder den Drain-Strom beim Feldeffekttransistor durch eine geeignete Stromgegenkopplung stabilisiert. Zwei Möglichkeiten zeigen die nachstehenden Simulationen.



Aufgabe 7.4 Welche Sinusausgangsleistung können Sie mit einer getakteten Audio-Endstufe (Vollbrücke) maximal erreichen? Der Spannungsabfall in den MOS-Schaltern sei vernachlässigbar. Beispieldaten: Betriebsspannung $U_B = 14\,\mathrm{V}$ (Auto), Lautsprecherwiderstand $R = 4\,\Omega$.

Die maximale Sinusamplitude ist gleich der Betriebsspannung, mithin wird mit den angegebenen Daten die maximale Sinusleistung 25 W.

Aufgabe 8.1 Berechnen Sie die Ausgangsspannung der Messverstärkerschaltung in Abbildung 8.14 (Gleichung 8.10).

Die Ausgangsspannungen der beiden ersten Verstärkerstufen seien U_{A-} und U_{A+}. Knotenregel an den beiden invertierenden Eingängen ergibt

$$\frac{U_{A-} - U_{E-}}{R_2} + \frac{U_{E+} - U_{E-}}{R_1} = 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{U_{A+} - U_{E+}}{R_2} + \frac{U_{E-} - U_{E+}}{R_1} = 0 \,.$$

Daraus

$$U_{A-} = U_{E-}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - U_{E+}\frac{R_2}{R_1}\,, \qquad U_{A+} \quad \text{entsprechend}\,.$$

$$U_A = U_{A+} - U_{A-} = U_{E+}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) - U_{E-}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)\,.$$

Aufgabe 8.2 Leiten Sie die Übertragungsfunktion für den Tiefpass zweiter Ordnung her (Gleichung 8.29).

U sei die Spannung am Knoten zwischen R_1, R_2, R_3 und C_2. Anwendung der Knotenregel an diesem Knoten

$$\frac{U_E - U}{R_1} + \frac{U_A - U}{R_2} - \frac{U}{R_3} - U \cdot i\omega C_2 = 0$$

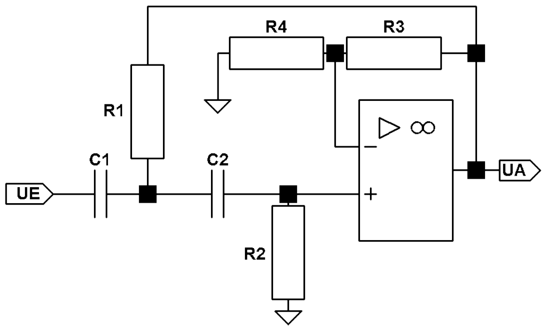
und am invertierenden Eingang

$$U_A \cdot i\omega C_1 + \frac{U}{R_3} = 0\,.$$

Elimination von U und Auflösung nach U_A/U_E liefert Gleichung 8.29.

Aufgabe 8.3 Entwerfen Sie eine Schaltung für einen Hochpass zweiter Ordnung und leiten Sie die Übertragungsfunktion dafür her.

Nachstehend die Schaltung für einen *nichtinvertierenden* Hochpass zweiter Ordnung. Er unterscheidet sich von der invertierenden Schaltung dadurch, dass die Verstärkung und die Filtereigenschaften getrennt voneinander am negativen bzw. positiven Eingang des Operationsverstärkers eingestellt werden.



Die Verstärkung K des Operationsverstärkers wird durch R_3 und R_4 eingestellt

$$K = \frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 + \frac{R_3}{R_4} \,.$$

Für die weitere Berechnung kann dann K als Parameter eingesetzt werden.

Die Eingangsspannung am Operationsverstärker ist $U_+ = U_\mathrm{A}/K$, U sei wieder die Spannung am Knoten zwischen C_1, C_2 und R_1. Anwendung der Knotenregel an diesem Knoten

$$(U_\mathrm{E} - U)i\omega C_1 + \left(\frac{U_\mathrm{A}}{K} - U\right) i\omega C_2 + \frac{U_\mathrm{A} - U}{R_1} = 0$$

und am nichtinvertierenden Eingang

$$\left(U - \frac{U_\mathrm{A}}{K}\right) i\omega C_2 - \frac{U_\mathrm{A}}{KR_2} = 0 \,.$$

Elimination von U z. B. durch Berechnung aus der zweiten und Einsetzen in die erste Gleichung

$$U = \frac{U_\mathrm{A}}{K}\left(1 + \frac{1}{i\omega C_2 R_2}\right) \,,$$

$$U_\mathrm{E} i\omega C_1 - U_\mathrm{A}\left(\frac{i\omega C_1}{K} + \frac{i\omega C_1}{Ki\omega C_2 R_2} + \frac{1}{KR_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{KR_1} + \frac{1}{KR_1 i\omega C_2 R_2}\right) \,.$$

Daraus errechnet sich die Übertragungsfunktion

$$G = \frac{U_\mathrm{A}}{U_\mathrm{E}} = \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{Ki\omega C_2 R_2} + \frac{1}{Ki\omega C_1 R_2} - \frac{1}{i\omega C_1 R_1} + \frac{1}{Ki\omega C_1 R_1} - \frac{1}{K\omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2}\right)^{-1} \,.$$

Aufgabe 8.4 Berechnen Sie die Zeitkonstante für die monostabile Kippstufe der Abbildung 8.33 allgemein und mit den konkreten Zahlenwerten der Schaltung.

Nach dem Schließen des Tasters liegt am nichtinvertierenden Eingang die Spannung

$$U_{\mathrm{E}+} = U_{\mathrm{A}+}\frac{R_1}{R_1 + R_2} \,.$$

Nach dem Öffnen des Tasters steigt die Spannung am invertierenden Eingang an, der Anstieg wird durch eine Exponentialfunktion beschrieben

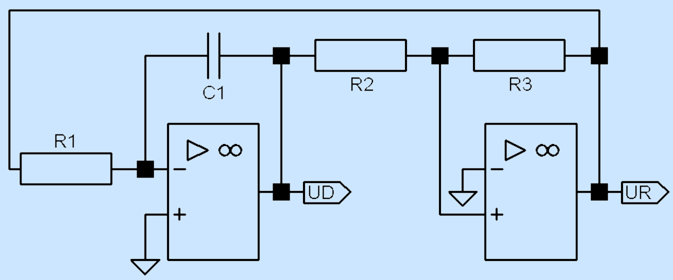
$$U_{E-} = U_{B-} + (U_{B+} - U_{B-}) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_3 C_1}\right)\right) .$$

Die Schaltung kippt zu einem Zeitpunkt T, an dem U_{E-} gerade den Wert von U_{E+} erreicht hat.

Unter den Annahmen $U_{A+} = U_{B+} = U_B$ und $U_{B-} = -U_B$ wird

$$T = R_3 C_1 \ln \frac{2(R_1 + R_2)}{R_2} .$$

Aufgabe 8.5 Nachstehend eine Schaltung für einen Dreieck-Rechteck-Generator. Sie besteht aus einem Integrator und einem nichtinvertierenden Schmitt-Trigger. Machen Sie sich die Funktionsweise klar. Wie groß sind die Amplituden von Dreieck- und Rechteckspannung? Gibt es Bedingungen für die Bauelemente? Wie groß ist die Schwingungsfrequenz? Dimensionieren Sie eine Schaltung für 1 kHz, die Dreiecksamplitude soll halb so groß sein wie die Rechteckamplitude. Simulieren Sie die Schaltung.



Die Amplitude der Rechteckspannung ist die Ausgangsamplitude des Schmitt-Triggers also etwas weniger als die Betriebsspannung. Der Schmitt-Trigger kippt immer dann, wenn die Spannung am nichtinvertierenden Eingang durch Null geht. Dafür gilt

$$\frac{U_D}{R_2} = \frac{U_R}{R_3} \qquad \text{und daraus} \qquad U_D = U_R \frac{R_2}{R_3} .$$

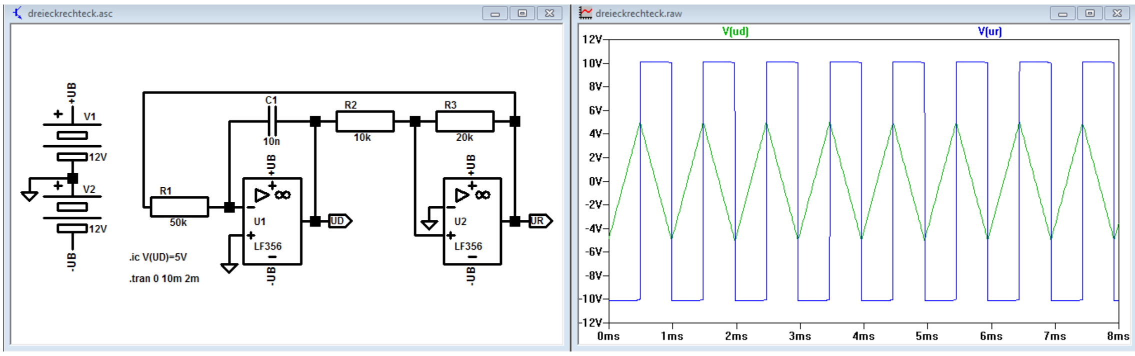
U_R kann nur die beiden Extremalwerte annehmen, das damit berechnete U_D ist somit die Amplitude der Dreieckspannung (der Integrator ändert die Stromrichtung jeweils nach dem Kippen des Schmitt-Triggers). U_D ist durch die Betriebsspannung begrenzt, kann somit nicht größer werden als die Rechteckamplitude, damit gilt für die beiden Widerstände die Bedingung, dass R_2 kleiner sein muss als R_3.

Die Periodendauer T ist zweimal die Umladezeit des Kondensators zwischen negativer und positiver Dreiecksamplitude. Der Umladestrom ist der Wert der Rechteckamplitude dividiert durch R_1. Damit

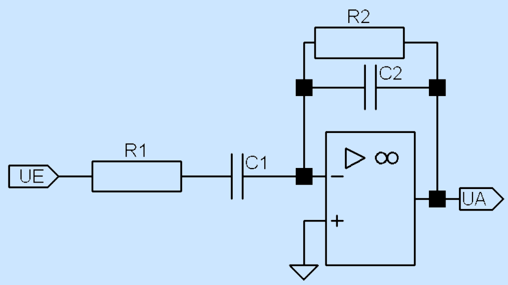
$$T \frac{U_R}{R_1} = 4 C_1 U_D = 4 C_1 U_R \frac{R_2}{R_3} \qquad \text{und} \qquad T = 4 C_1 \frac{R_1 R_2}{R_3} .$$

Dimensionierung für die genannten Bedingungen

$$R_3 = 2R_2 \qquad \text{und} \qquad R_1 C_1 = \frac{1}{2\nu} = 5 \cdot 10^{-4}\,.$$



Aufgabe 8.6 Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G = U_A/U_E$ für das nachstehende aktive Filter unter der Annahme, dass $R_1C_1 = R_2C_2$. Simulieren Sie das Filter.



Die Knotenregel am invertierenden Eingang des Operationsverstärkers

$$\frac{U_E}{R_1 + \frac{1}{i\omega C_1}} + \frac{U_A}{R_2||C_2} = 0$$

liefert für die Übertragungsfunktion

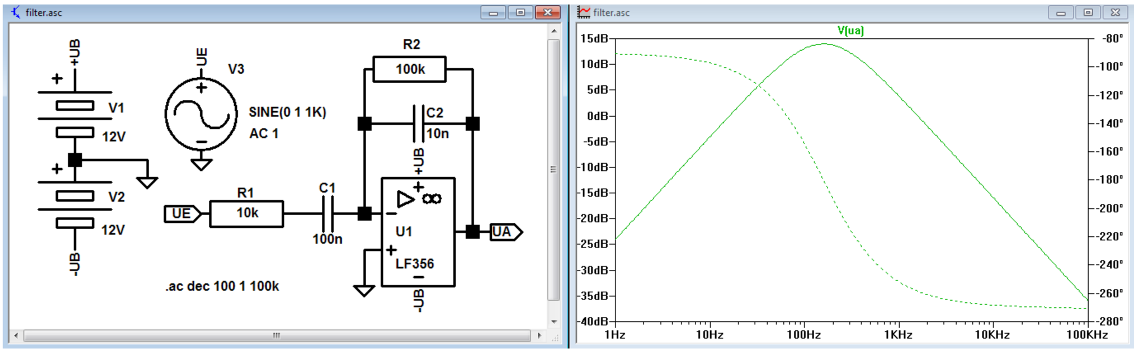
$$G = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2||C_2}{R_1 + \frac{1}{i\omega C_1}} = -\frac{i\omega C_1 R_2}{(1 + i\omega C_1 R_1)(1 + i\omega C_2 R_2)}\,.$$

Mit der Annahme $R_1C_1 = R_2C_2 = 1/\omega_0$ wird dann

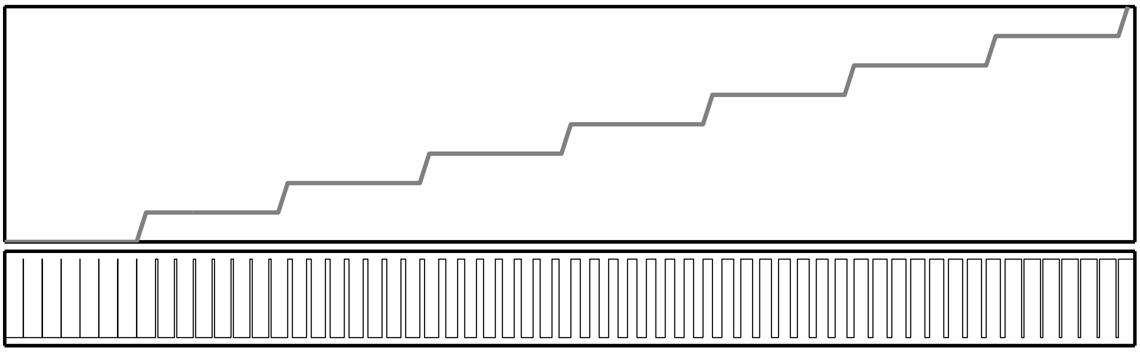
$$G = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{i\omega/\omega_0}{1 + 2i\omega/\omega_0 - \omega^2/\omega_0^2}\,.$$

Dies beschreibt einen Bandpass für $\omega = \omega_0$, die Verstärkung bei $\omega = \omega_0$ wird $-R_2/2R_1$.

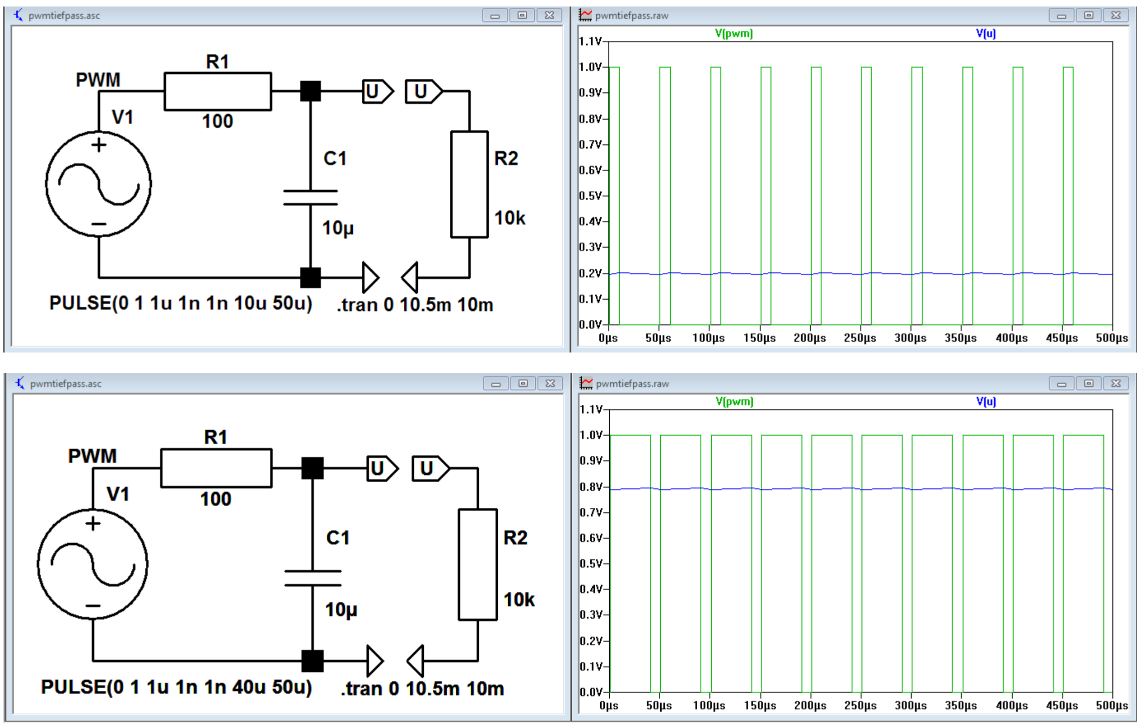
Die Simulation mit LTspice:



Aufgabe 9.1 Skizzieren Sie den Spannungsverlauf bei der Pulsweitenmodulation für unterschiedliche Digitalwerte. Simulieren Sie die Wirkung eines nachgeschalteten Tiefpasses mit LTspice.



Drei Bit Genauigkeit: Oben die analoge Repräsentation der Digitalwerte 000 bis 111, unten die zugehörigen pulsweitenmodulierten Signale.



Oben ein pulsweitenmoduliertes Signal mit einem Puls-Perioden-Verhältnis von 1:5, die mittlere Ausgangsspannung ist 0.2 V, ein Fünftel der Pulsamplitude. Unten 4:5, die mittlere Ausgangsspannung wird 0.8 V, vier Fünftel der Pulsamplitude.